Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті
ҚР БҒМ ҒК Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты

ӘОЖ 004.4:517.977.16 Қолжазба құқығында

ТАСБОЛАТҰЛЫ НҰРБОЛАТ

Жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау және ол үшін бағдарламалық кешен құру

6D070400 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету

Философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация

Отандық ғылыми кеңесші:
ҚР ҰҒА академигі, ф.-м.ғ.д., проф.,
Қалимолдаев Мақсат Нұрәділұлы
(Ақпараттық және есептеуіш
технологиялар институты,
Алматы, Қазақстан)

Шетелдік ғылыми кеңесші:
Doctor of Science, Professor,
Alimhan Keylan
(Tokyo Denki University, Tokyo, Japan)

Қазақстан Республикасы
Алматы, 2020

МАЗМҰНЫ

НОРМАТИВТІК СІЛТЕМЕЛЕР

Бұл диссертацияда келесі стандарттарға сілтемелер жасалды:

ҚР МЖМБС 5.04.034-2011 Қазақстан Республикасының Мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты. Жоғары оқу орнынан кейінгі білім. Докторантура. Негізгі ережелер.

Автореферат және диссертацияны безендіру бойынша нұсқаулық, ҚР БҒМ, Жоғары аттестаттау комитеті. – Алматы, 2004.

МС 7.1-2003 Библиографиялық жазба. Библиографиялық сипаттама. Жалпы талаптар және жобалау ережелері.

БЕЛГІЛЕУЛЕР МЕН ҚЫСҚАРТУЛАР

$x_1(t),...,x_n(t)$	– Жүйенің күйі
$u,u',u(t)\ u_1,...,u_m$	– Кіріс сигналы немесе басқару
$y,\ y(t),\ y(t)\in R$	– Шығыс сигналы
$f,g,h,\phi_i(x_1,...,x_i)$	– Анықталмаған тегіс функция
$y_r,\ y_r(t)$	– Тірек сигналы
$\lVert\cdot\rVert$	– Векторлық норма
$d\geq 0$	– Жүйедегі уақыт кешігуі (кідіріс)
$x_e=0,\ x_e\in R^n$	– Тепе-теңдік нүктесі
$t,\ t\in[0,\infty)$	– Уақыт
$E,\ E>0$	– Энергия
$V(t,x(t))$	– Ляпунов функциясы
$V(Z)$	– Ляпунов кандидат функциясы
$\Omega\subseteq\mathbb{R}\times C$	– Ашық жиын
$V(t,x_t)$	– Ляпунов-Красовский функционалы
$\beta_1,...,\beta_n>0$	– Контроллер параметрлері
$u=u(t,x)$	– Кері байланысты басқару
$M\geq 1,\ L\geq 1$	– Еркін параметр
$z(t)$	– Кедергі келтіруші әсер
$p_i\geq 1\ \ i=1,...,n$	– Тақ бүтін оң сандары
$\Delta,\ \ \Delta_s(x)$	– Кеңейту салмағы
$\mathrm{sgn}(x)$	– Сигнум функция
$q,\dot{q},\ddot{q}$	– Робот буыны позициясы, жылдамдық, үдеу
τ	– Электрлік ішкі жүйе әсерінен бұралу сәті
$\tau_d=\sin(q(t-d))$	– Бұралу уақытындағы ауытқу
$J=1kg*m^2$	– Механикалық инерция
$F_j=\dfrac{1Nms}{rad}$	– Робот буынындағы үйкеліс
$m=10$	– Жүктің массасы
$S=0,2R$	– Ротор индуктивтілігі
$R=0,2\Omega$	– Ротор кедергісі
$K_m=\dfrac{10Nm}{A}$	– Кері электр қозғалтқышының күш коэффициенті

КІРІСПЕ

Зерттеудің өзектілігі. Басқару теориясының ең негізгі мәселелерінің бірі болып табылатын бақылау жүйелерін автоматты басқару қазіргі кезеңде тұрмыста, өнеркәсіпте және басқа да салаларда кең қолданысқа ие. Мысалы, автопилоттарды автоматты басқару, зымырандарды басқару немесе ұшқышсыз ұшу аппараттарын берілген траектория бойынша қозғалту, химия өнеркәсібінде температураны автоматты реттеу, ядролық реакторлардағы сіңіргіш стерженделердің позицияларын автоматты реттеу, өндірістегі робот-манипуляторлар қозғалысын басқару және т.б. Сонымен қатар, заманауи квадрокоптер немесе гексакоптер сынды ұшқышсыз ұшу аппараттарын ауылшаруашылығында тиімді пайдалану немесе аталған ұшқышсыз ұшу аппараттарын пайдаланып, төтенше апат аймағындағы адамдарға медициналық дәрі-дәрмектерді берілген траектория бойынша жеткізу мәселелерін зерттеу еліміз үшін өзекті болып табылады.

Бақылау жүйелері дегеніміз – күнделікті өмірде кездесетін көптеген техникалық жүйелерге баламалық сызықтық емес теңдеулер түрінде сипатталған жүйелер. Автоматты бақылау жүйелерінің тұрмыста және өндірісте кең қолданысқа ие болуы басқару саласын зерттеуге деген қызығушылықты одан әрі арттыруда. Басқару теориясын терең меңгеру нәтижесінде көптеген тұрмыстағы, өндірістегі күрделі жүйелерді модельдеуге болады. Берілген зерттеу жұмысында сызықтық емес жүйелердің бір класына жататын *p*-нормал түрдегі сызықтық емес жүйелер зерттеу объектісі болып және олардың орнықтылық мәселелері, асимптотикалық орнықтылығы, жүйе күйлерін тұрақтандыру мәселелері, басқару және бақылау есептері зерттелді. Зерттеу нәтижесінде, *p*-нормал түрдегі сызықтық емес жүйелердің күйлерін динамикалық шығыс кері байланыс арқылы тұрақтандыру есебі, *p*-нормал формадағы сызықтық емес жүйе шығысын бақылау есебі, *p*-нормал формадағы уақыты кешіккен сызықтық емес жүйе күй сигналын бақылау есептері компьютерде модельденді.

Сызықтық емес жүйелерді күй сигналы немесе шығыс сигналы көмегімен басқару көптеген жұмыстарда, соның ішінде, осы саланы зерттеп жүрген белгілі ғалымдар еңбектерінде жарық көрді. Сызықтық немесе сызықтық емес жүйелер орнықтылығын зерттеу және оларды басқару, бақылауды математикалық модельдеудің теориялық нәтижелерін қарастыру А.М. Ляпунов, Л.С. Понтрягин, Я.Н. Ройтенберг, Е.А. Барбашин, Н.Н. Красовский, Н.Г. Четаев, И.Г. Малкин сынды кеңестік ғалымдардың классикалық жұмыстарына негізделеді. Еліміздің көрнекті ғалымы Т.Н. Бияров осы салада үлкен зерттеулер жүргізіп, басқару теориясының мектебін қалады. Қазіргі уақытта басқару проблемаларын зерттеп жүрген бірқатар отандық ғалымдар бар. Олар: М.Т. Дженалиев, С.А. Айсагалиев, З.Н. Мурзабеков, Ш.А. Айпанов, М.Н. Калимолдаев, Т.Ж. Мазаков және т.б. Ал алыс-жақын шетелдерде күй кері байланыс арқылы жүйені тұрақтандыру мәселесін ең алғаш зерттеген ғалымдар: C.I. Byrness және A. Isidori (1989, 1991), J. Tsinias (1989), R. Marino және P. Tomei (1995), M. Krstic (1995) және т.б.; шығыс кері байланысы арқылы жүйені тұрақтандыру мәселесін ең алғаш зерттеген ғалымдар: F. Mazenc, L. Praly және W. Dayawansa (1994), C. Qian және

W. Lin (2002, 2003), L. Praly (2003), C. Qian (2003), K. Alimhan және H. Inaba (2004, 2005, 2006, 2008) және т.б.; ізіне түсу (бақылау) мәселесімен ең алғаш айналысқан ғалымдар (сызықтық жүйелер үшін): E.J. Davison (1976), B.A. Francis (1976); (сызықтық емес жүйелер үшін): J.S.A. Hepburn және W.A. Wonham (1984), V. Anantharam және C.A. Desoer (1985), A. Isidori және C.I. Byrnes (1990, 2000) және т.б.; шығыс сигналын практикалық бақылау мәселесімен ең алғаш айналысқан ғалымдар (күй кері байланыс арқылы): S. Celikovsky және J. Huang (1999), C. Qian және W. Lin (2002, 2006) және т.б.; қазіргі кезде динамикалық шығыс кері байланысы арқылы тұрақтандыру мәселесін зерттеп жүрген ғалымдар: B. Yang және W. Lin (2004, 2005), C. Qian (2005), J. Polendo және C. Qian (2007) және т.б.; динамикалық кері байланыс арқылы ізіне түсу мәселесін зерттеумен айналысып жүрген ғалымдар Q. Gong, C. Qian (2005), K. Alimhan, H. Inaba (2003, 2006, 2008), N. Otsuka (2011, 2012-2019) және т.б.

Жалпы жүйе деп ортақ функционалдық міндетті орындайтын өзара әрекеттестікте болатын объектілер жиынтығы түсіндіріледі. Сызықтық емес жүйелер деп сызықтық шарттарды қанағаттандырмайтын жүйелерді айтамыз. Басқаша айтар болсақ, табиғаттағы барша нақты физикалық жүйелерге сызықтық еместік тән. Сызықтық емес болмыстық жүйелердегі теңдеулер өзгерісі сызықтық емес дифференциалдық теңдеулермен сипатталады. Сызықтық емес жүйелерді бақылау проблемалары бірнеше соңғы онжылдықтарда ғылыми қауымдастық тарапынан үлкен қызығушылыққа ие болып келеді. Соңғы екі онжылдықта сызықтық емес басқару теориясының әр түрлі әдіс-тәсілдерін әзірлеу мен оларды компьютерде модельдеу арқылы нәтиже алуда айтарлықтай оң өзгерістер байқалуда. Біріншіден, мұндай жетістік сызықтық емес үрдістерді толық және тез зерттеуге мүмкіндік беретін есептеуіш техниканың қарқынды дамуымен және бақылау сапасына қойылатын талаптардың артуымен байланысты. Екіншіден, мұндай типтегі жүйелерді синтездеу мен талдаудың да теориясы жылдан жылға дамып келе жатқандығымен түсіндіруге келеді. Анықталмаған сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау және ол үшін бағдарламалық кешен құру міндеттері тақырыбының өзектілігі, қажеттілігі Қазақстанда техникалық жүйелерді басқарудың және бақылаудың қолданба мәселелерін шешу үшін, негізінен, шетелдік бағдарламалық-техникалық құрал-жабдықтарды қолданатындығымызға да тікелей байланысты. Өнеркәсіпті-инновациялық даму жолын ұстанған еліміз үшін өнеркәсіп салаларындағы техникалық қондырғылар жұмысының тұрақтылығы мен қауіпсіздігін қамтамасыз ету және басқару/бақылау проблемаларын зерттеудің өзектілігі мен практикалық құндылығының маңызы зор.

Диссертациялық жұмыстың мақсаты. Сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын тұрақтандыру және *p*-нормал формадағы жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын көзделген тірек сигналдың ізіне түсіретін басқаруды табу алгоритмін және компьютерлік моделін құру, ізіне түсіруді басқарудың аппараттық-бағдарламалық құралын жасау.

Зерттеудің міндеттері. Диссертациялық жұмыс мақсатына жету үшін келесі мәселелерді шешу қарастырылды:

1. Анықталмаған сызықтық емес жүйелерді шығыс кері байланыс көмегімен кең ауқымдық асимптотикалық тұрақтандыру мәселесін шешу;
2. Сызықтық емес жүйелер, уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді берілген тірек сигнал ізіне түсіру басқаруын табудың математикалық моделі мен алгоритмін құру;
3. Құрылған алгоритм арқылы берілген сызықтық емес жүйенің шығыс сигналын таңдап алынған тірек сигнал ізіне түсіретін басқаруды табу, оны компьютерде модельдеу;
4. Басқару параметрлеріне қарай ізіне түсу қателіктерін салыстыру, талдау жасау және сызықтық емес жүйелер және уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру, бақылау алгоритмдеріне сай жүзеге асырылған сандық эксперименттер үшін бағдарламалық кешен құру.

Зерттеу объектісі. Жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелер мен жоғары ретті анықталмаған уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелер.

Зерттеу пәні. *p*-нормал формадағы сызықтық емес жүйелер мен *p*-нормал формадағы уақыт кешігу параметрі бар сызықтық емес жүйелерді бақылау алгоритмдері.

Зерттеу әдістері. Кері байланыс әдісі, Ляпуновтың жүйелерді басқару әдістері, рекурсивті әдіс, сандық әдіс, біртекті үстемдік әдісі, индукция әдісі, «компенсатор-контроллер» қосарланған әдісі, Ляпунов-Красовский тәсілі, Эйлер әдісі, Рунге-Кутта әдісі.

Пайдаланылған бағдарламалау тілдері. C# бағдарламалау тілі, MatLab R2014b, MatLab GUI қолданушы графикалық интерфейсінің ортасы, draw.io Desktop графикалық ортасы.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы. Диссертациялық жұмыста зерттелген жүйе белгілі бір шарттар қойып, оны қанағаттандырған жағдайда сызықтық емес жүйелер тобының аффиндік жүйесімен тең болатын жүйе. Олай болса, бұл жұмыста зерттелген жүйеде жеткен ғылыми жетістіктерді және нәтижелерді сол шарттарды қанағаттандыратын басқа да сызықтық емес болған аффиндік жүйелерге де пайдалануға болады деген сөз. Диссертациялық зерттеудегі *p*-нормал формаға ие жүйедегі *p* мәні бірге тең болған жағдайдағы сызықтық емес жүйелердің орнықтылығы, бақылау мәселелерінің басым көпшілігі өз шешімін тапқан. Егерде сызықтық емес жүйелердегі *p* мәні бірге тең болса, ол жүйенің бір бөлігін сызықтандыруға болады, ал екінші бөлігі сызықтық емес болып келген жүйе деген сөз. Ал біз зерттеген сызықтық емес жүйеде р мәні әр уақытта бірден үлкен. Мұндай сызықтық емес жүйелер шын мәніндегі сызықтандыруға келмейтін жүйелер деп тұжырымдалады. Мұндай сызықтандыруға келмейтін шын мәніндегі сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру, басқару, бақылау проблемасы $p=1$ болған жайдайдағы жүйелерге қарағанда күрделірек. Әсіресе, жоғарыда берілгендей $p>1$ жүйелерде уақыт кешігуі бар болған жағдайда бақылау есебі әлі шешімін таппаған күрделі проблемалардың бірі. Осы проблемаларды назарға алып, шешу алгоритмі ұсынылып, біршама жаңа жетістіктерге қол жеткізіп, ол ғылыми нәтижелер жоғары рейтингті журналдарда жарияланды. Сол ғылыми нәтижелер жаңалығы диссертациялық жұмыста негізге алынды.

Алынған нәтижелердің теориялық және тәжірибелік маңызы. Диссертациялық зерттеуде алынған нәтижелер өндірістік техникада, ғылым мен білім саласында кезігетін электрлі-механикалық жүйелерді басқаруда қолданыс табуы, сонымен бірге, құрылған бағдарламалық кешен қашықтан оқыту жүйелерінде пайдаланылуы мүмкін.

Қорғауға шығарылған негізгі тұжырым. Қарапайым формадағы сызықтық емес жүйелер шығыс сигналдарын кең ауқымды асимптотикалық тұрақтандыру есебін шешу алгоритмі ұсынылып, математикалық моделі қарапайым сызықтық емес жүйемен берілген бір буынды робот манипулятор қозғалысын тұрақтандыру есебінің эксперименті жүргізілді. Сонымен қатар *p*-нормал формадағы жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын берілген тірек сигналдың ізіне түсіру басқару теңдеуін табудың математикалық моделі және оны компьютерде модельдеу алгоритмі, құрылымдық-схемасы жасалып, сандық эксперименттер жүргізілді. Жекелеген қосымшаларда әзірленген есептер бағдарламалық кешенге топтастырылып, аппараттық-бағдарламалық қамту мүмкіндіктері зерттелді.

Зерттеушінің жеке үлесі. Зерттеліп отырған сызықтандыруға келмейтін шын мәніндегі сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру, басқару, бақылау проблемаларын шешу міндеттері едәуір еңбекті қажет етеді. Негізінен жұмыс ғылыми кеңесші және шетелдік ғылыми кеңесшімен бірлесе орындалды. Диссертацияда автор сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын көзделген тірек сигнал ізіне түсіру басқаруын табу алгоритмдерін құру және алгоритмдерді бағдарламалық орындауға өзінің көп үлесін қосты.

Диссертация құрылымы және көлемі. Диссертациялық жұмыс құрылымы кіріспеден, 3 бөлімнен, қорытындыдан, пайдаланылған әдебиеттер тізімінен және 3 қосымшадан тұрады. Зерттеу жұмысының жалпы көлемі 98 бет, оның ішінде 36 сурет, 5 кесте қамтылған.

Кіріспеде зерттеу жұмысы тақырыбының өзектілігі және негізгі мақсат-міндеттері анықталған. Орындалған зерттеулердің нәтижелері көрсетіліп, зерттеу жұмысының ғылыми-практикалық жаңалығы баяндалды. Сонымен бірге, зерттеу жұмысында қол жеткізген негізгі жетістіктердің апробациясы, жарияланымдар туралы мәліметтер берілді.

Бірінші бөлімде зерттеу жұмысының тақырыбы бойынша алдыңғы ғалымдардың еңбектеріне шолу жасалды және диссертациялық жұмыстың негізі болып табылатын сызықтық емес жүйелердің орнықтылығы, сызықтық емес жүйелерді күй кері байланысы немесе шығыс кері байланысы көмегімен бақылау проблемалары зерттелді.

Екінші бөлімде зерттеу жұмысына қажет болатын біртекті жүйелер түсініктері беріліп, негізгі математикалық леммалар берілді. Әрі қарай, жоғары ретті сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау проблемасы зерттелді. Атап айтқанда, қарастырылған *p*-нормал формадағы сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын бақылау есебінің математикалық моделі құрылып Ляпуновтың тура әдісі, біртекті үстемдік әдісі, «компенсатор-контроллер» біріккен әдісі, сигнум функция біріккен әдістері көмегімен басқару табылды. Теориялық зерттеу, дәлелдеу нәтижесінде қол жеткізген жетістіктерді компьютерде модельдеу MatLab қосымшасы арқылы жүзеге асырылды. Бағдарламалық жасақтамасы құрылып, оның нәтижесіне талдау жүргізілді. Жүйенің кейбір күйлері немесе барлық күйлері өлшеуге болмайтын жағдай үшін шығыс сигналын бақылау жүзеге асыру мысалы қарастырылды. Сонымен бірге, жүйенің күйлерін өлшеуге болатын жағдай үшін күй сигналын пайдаланып, берілген тірек сигнал ізіне түсіру міндеті де шешілді. Күй сигналын кері байланыста қолданып басқару мәселесінің математикалық үлгісі жасақталып, сандық эксперимент арқылы нәтижеге қол жеткізіп, тиімділігін дәлелдедік. Сондай ақ уақыт кешігуі бар *p*-нормал түрдегі сызықтық емес жүйелерді де басқару мәселесі зерттеліп, математикалық моделі құрылды. Ляпунов-Красовский тәсілін пайдаланып, берілген жүйедегі уақыт кешігуден болған кері ықпалын жою арқылы уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйені басқару және бақылау орындалды. Компьютердегі сандық эксперименттер MatLab қосымшасында орындалды және алынған бақылау қателіктеріне талдау жасалды. Одан әрі жұмыстар сызықтық емес жүйелердің күйлерін тұрақтандыру және бақылау проблемаларына құрылған алгоритмдерді компьютерде тестілеумен байланысты жүргізілді. Бір буынды өндірістік робот-манипулятор қозғалыс теңдеуінің аппараттық-жабдықтамалық құрылымының математикалық моделі алынып, координата ауыстыруларын енгіздік және шыққан жүйе күйлерін тұрақтандыратын басқаруды табудың алгоритмі құрылды. Бір буынды робот-манипулятор қозғалысын басқару теңдеуі арқылы MatLab қосымшасында сандық есептеу жүргізілді.

Үшінші бөлімде диссертациялық жұмыста қарастырылған есептер үшін бағдарламалық кешен құру жұмыстары сипатталды.

Қорытындыда жұмыстың негізгі қорытындылары мен нәтижелері тұжырымдалды.

Қосымша А: Шығыс компенсаторы жәрдемінде сызықтық емес жүйені бақылау есебінің C# ортасында құрылған бағдарлама кодының үзіндісі келтірілді.

Қосымша Ә: MatLab GUIDE тілінде құрылған бағдарламалық кешен кодынан үзінді берілді.

Қосымша Б: *«Program Complex Robust Tracking of Non-linear Systems by Output Compensator»* атты 03.05.2019 ж. алынған №3144 авторлық құқық куәлігі тіркелді.

Диссертация нәтижелерінің апробациясы. Зерттеу жұмысының басты нәтижелері төмендегі конференцияларда, семинарларда баяндалды және талқыланды:

– «Қазіргі ғылымның мәселелері мен болашағы» XVI Халықаралық ғылыми-практикалық конференциясы (2017, Мәскеу, РФ);

– Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институтының «Информатика және есептеу технологияларының қазіргі заманғы мәселелері» ғылыми конф. (29-30 маусым, 2017, Алматы, Қазақстан);

– II Халықаралық «Информатика және қолданбалы математика» ғылыми-практикалық конференциясы (27-30 қыркүйек, 2017 ж., Алматы, Қазақстан);

– СІБІРКОН 2017 және «Күрделі жүйелерді оңтайландыру мәселелері» XIII-ші Халықаралық Азиялық мектеп-семинары (18-22 қыркүйек, 2017, Новосібір, РФ);

– III Халықаралық «Информатика және қолданбалы математика» ғылыми-практикалық конференциясы (26-29 қыркүйек, 2018 ж., Алматы, Қазақстан);

– IV Халықаралық «Информатика және қолданбалы математика» ғылыми-практикалық конференциясы (25-29 қыркүйек, 2019 ж., Алматы, Қазақстан);

– МАТЕК веб-конференциялары (25-27 мамыр, 2018, Бейжің, ҚХР);

– «Ақпараттық және есептеуіш технологиялар» институты «Информатика, математика және басқарудың өзекті мәселелері» атты ғылыми-практикалық семинарлары (2017-2020, Алматы, Қазақстан);

– Токио Денки университетінің ғылыми семинарлары (шілде-тамыз, 2018, Токио қ., Жапония);

– Әл–Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті «Ақпараттық технологиялар» факультеті ғылыми семинарлары (2017-2020, Алматы, Қазақстан).

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 13 мақала жарияланды және 1 авторлық куәлік алынды. Оның ішінде 2 мақала халықаралық рецензияланатын мерзімді басылымдарда, 3 мақала ҚР БҒМ-нің Білім және ғылым саласы бойынша бақылау комитеті ұсынған ғылыми баспаларда, 8 мақала Қазақстан мен шетелдердегі халықаралық ғылыми конференциялар жинақтарында жарияланды. Диссертациялық жұмыс бойынша шыққан мақалалар пайдаланылған әдебиеттер тізімінде келтірілді. Бағдарламалық кешенге алынған авторлық құқық куәлігі қосымшада берілді.

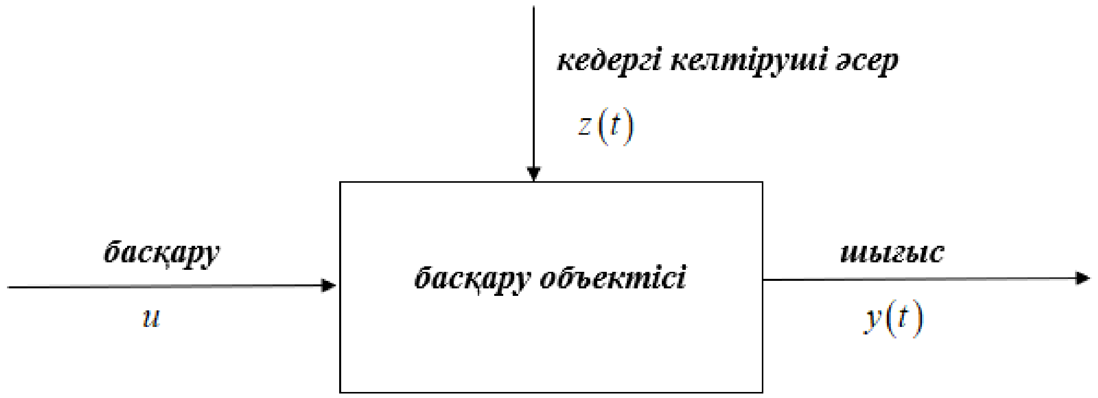
1 СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІ ТҰРАҚТАНДЫРУ, БАСҚАРУ ПРОБЛЕМАЛАРЫНЫҢ ҚАЗІРГІ УАҚЫТТАҒЫ ЖАҒДАЙЫ

1.1 Басқару теориясының даму тарихы, сызықтық емес жүйелер орнықтылығын зерттеу, тұрақтандыру, басқару проблемаларының зерттелу деңгейі

Басқару теориясы XX ғасырдың соңғы онжылдықтарынан бастап жылдам дамып келе жатқан ғылым саласы болып табылады. Оның қағидаттары адам еңбек-күшін автоматтандыру әлеуетін айтарлықтай көбейтуге мүмкіндік беретін әртүрлі жүйелерді, үрдістерді компьютерлік үлгілеудің мәселелерін шешу нәтижесінде дүниеге келді. Басқару теориясы қазіргі заманғы технологияларда кеңінен қолданылады. Мысалы, заманауи техникаларды, әлеуметтік-экономикалық салаларды, робототехникалық жүйелерді қазіргі кезде автоматты басқарусыз елестету ойға қонымсыз. Осылайша, басқару жүйелері мен қосымшаларының кең қолданысқа ие болуы басқару жүйелерін зерттеуге деген қызығушылықты одан әрі арттырды. Басқару теориясының негізін қалаушылардың бірі орыс математигі және механигі Ляпуновтың анықтамасы бойынша, математикалық модельдеу – бұл объектіні жанама практикалық немесе теориялық зерттеу.

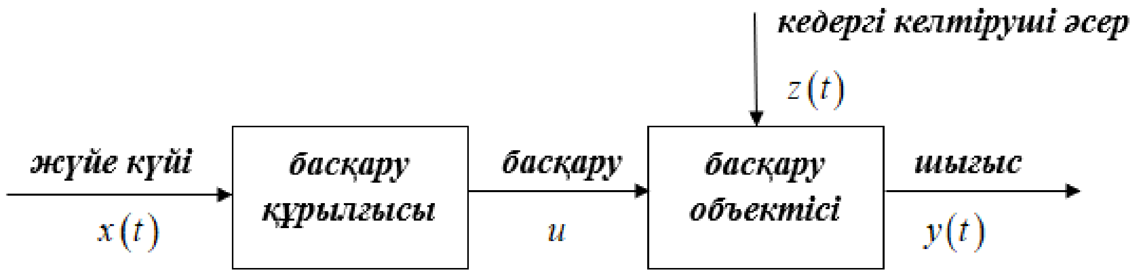
Басқару міндеті нақты пайдалану жағдайында басқару объектісі талап етілетін функцияларды орындауды қамтамасыз ету болып саналады. Басқару объектісінің ағымдағы күйін $y(t)$ шығыс сигналымен белгілейміз. Шығыс сигналдарының физикалық мағынасы – электр тогының кернеуі, температура, жылдамдық, бұрыштық орын ауыстырулар және т.б. Ал нақты мәселелерде басқару объектісіне $z(t)$ кері әсер етуші – сыртқы әсерлер деп аталатын шулардың ықпалына ұшырайды. Бұл кері ықпал етуші әсер басқару объектісінің қалыпты күйін және сәйкесінше шығыс сигналын өзгертуге ұшыратады. Осы кедергі келтіруші әсерден туындаған бұзылуларды ескерсек, шығыс сигналды берілген алгоритмдер бойынша орындау үшін басқару объектісіне u басқарушы кіріс әсерін беруді орындау қажеттілігі туындайды (1.1 сурет).

Бұл алгоритм әдетте шығыс сигналын белгілі немесе белгісіз заң бойынша уақыт өзгеруі жағдайында да тұрақты ұстап тұруды көздейді. Басқару міндеті – қоздырғыш әсерлер болған кезде берілген алгоритм қамтамасыз етілетін басқарушы әсерді өзгертудің заңын қалыптастыру болып табылады. Бұл проблеманы шешу үшін үш негізгі басқару принципі қолданылады: ашық басқару, қоздырғыш әсерлер бойынша басқару (компенсация принципі) және тұйық басқару (кері байланыс принципі немесе ауытқу бойынша басқару).



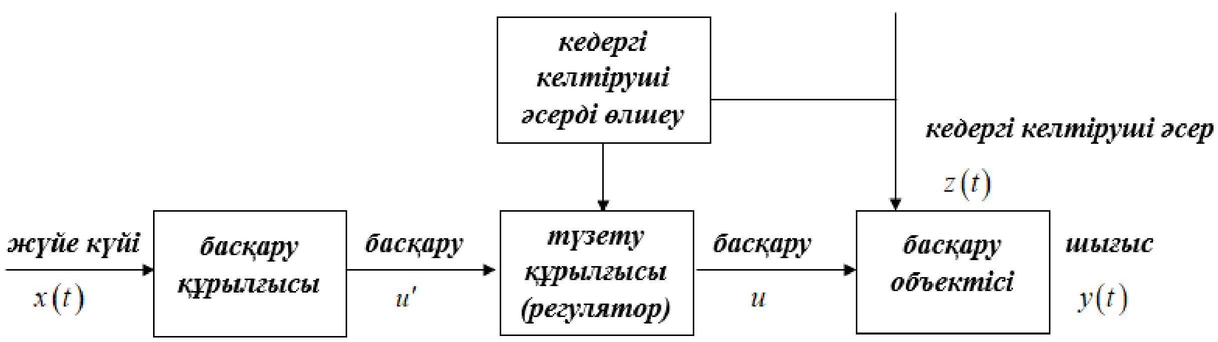
Сурет 1.1 – Басқару процесі

Ашық принцип (1.2 сурет) кезінде басқару құрылғысы басқару объектісінің атқарушы элементтеріне түсетін u басқару сигналын береді. Басқару құрылғысының кірісіне жүйенің алғашқы мәні болып табылатын $x(t)$ беріледі. Бұл принцип техникалық іске асырудың қарапайымдылығымен ерекшеленеді, бірақ кедергі келтіруші әсер сипаты туралы ақпарат жеткіліксіз болған кезде тиімділігі аз болып табылады.



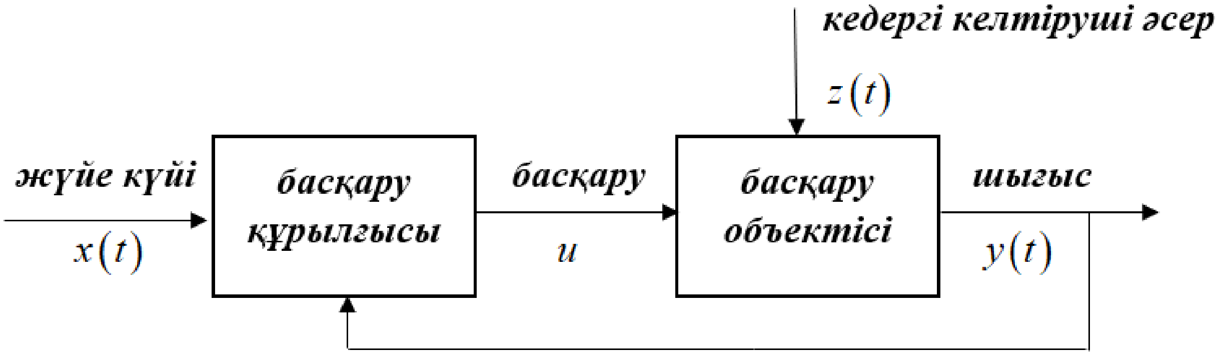
Сурет 1.2 – Ашық басқару принципінің сызбасы

Объектіні басқару процесінде кедергі келтіруші әсерлердің сипатын ескеру мақсатында кері ықпал етуші әсерлер арқылы басқару (1.3 сурет) пайдаланылады.



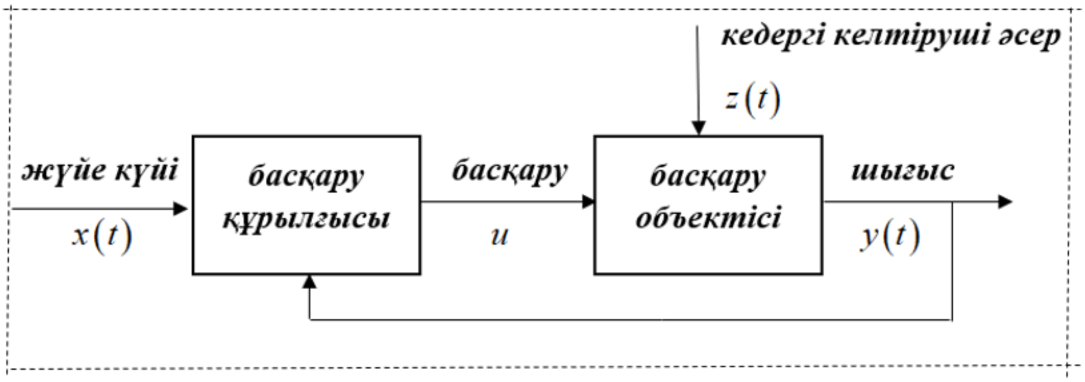
Сурет 1.3 – Кедергі келтіруші әсерлер бойынша басқару принципінің сызбасы

Бұл басқару қағидасы бойынша басқару құрылғысы жүйенің алғашқы шамасына сәйкес u' басқарушы сигналды тудырады, басқару объектіде әрекет ететін кедергі жасаушы ықпал өлшенеді және u' басқару кіріс сигналына түзету енгізіледі. Түзетуден кейін алынған u басқару сигналы басқару объектісіне өтеді. Егер кедергі келтіруші әсерлердің әсерін өлшеу техникалық жағынан мүмкін болса, онда бұл принцип ашық принцип басқаруына қарағанда тиімдірек. Бұл шарт осы принципті қолдануды едәуір шектейді. Жабық тұйықталған басқару принципі (1.4 сурет) басқару міндеттерін кез келген кедергі келтіруші әсер үшін шешуге мүмкіндік береді.



Сурет 1.4 – Кері байланысты басқару принципі

Бұл жағдайда, тірек сигналы салыстыру элементінің кірістерінің біріне беріліп, оның басқа кірісіне кері байланыс тізбегі бойынша датчиктердің көмегімен өлшенген басқару объектісінің шығыс параметрінің нақты мәні беріледі. Салыстыру элементінің шығуында қателік, ауытқулар болуы мүмкін, ол параметрлердің берілген және нақты мәндері арасындағы айырмашылық болып табылады. Басқару құрылғысы қатенің шамасы мен белгісіне байланысты басқару сигналын түзетеді. Осылайша, тұйық қайталанушы басқару қағидасы басқаруды ғана емес, басқару объектінің нақ күйін және кері ықпал етуші әсерлерді де ескереді. Демек, бұл әдіс ең әмбебап болып келеді және басқару объектісінің анық еместігі мен кері әсер етуші әсерлерге тәуелсіз, басқару проблемаларын сәтті шешуге мүмкіндік береді. Жабық тұйықталған басқару принципіне (1.5 сурет) негізделген автоматты жүйелердің класы автоматты басқару жүйесі деп аталады. Бағдарламалық басқару деп алдын ала берілген бағдарлама бойынша объектінің жұмыс режимін басқаруды айтамыз.



Сурет 1.5 – Автоматты басқару жүйесі

Бақылау жүйелерінде объектінің шығыс параметрі қандай да бір сыртқы тәуелсіз үрдіс арқылы анықталған алдын ала белгілі емес заңға сәйкес уақытқа байланысты өзгереді.

Кері байланыс әдісі зерттелетін жүйенің күй сигналы арқылы немесе шығыс сигналын пайдаланып орындалуы мүмкін. Басқаша айтқанда, бұл бақыланатын анықталмаған жүйенің шығыс сигналын немесе күйін пайдаланып кері байланысты басқару заңын құру болып табылады. Алдымен, *p*-нормал түрдегі сызықтық емес жүйедегі *p* мәні бірге тең жағдайы үшін берілген жүйе формасын қарастырайық:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \phi_1(t, x, u) \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \phi_2(t, x, u) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= u + \phi_n(t, x, u) \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Мұндағы: $\phi_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ i = 1, ..., n$ - анық емес тегіс функциялар, u - басқару кірісі, y - жүйенің шығыс сигналы. Қалыпты жағдайда шығыс сигналын бақылаудың асимптотикалық мағынасы – уақыт шексіздікке ұмтылған сайын бақылау қателігі нөлге ұмтылады. Бұл мәселе сызықтық болып келген жүйелерде толықтай шешімін тапты [1,2]. Ал сызықтық емес болып келген жүйелер үшін бұл мәселе, соңғы отыз жылдай шамасында біршама ізденушілер тарапынан зерттелініп жатыр [3-7]. Қазіргі күнге дейін күйі бойынша кері байланысты бақылауға қарағанда, шығыс кері байланысты бақылау баяу зерттелуде, оның бір себебі сызықтық емес болған бақылаушыны құрудың жалпыланған және тиімді әдісі жоқ. Көптеген сандық есептеулерде бақылау процесінің өз деңгейінде орындалуын анықтау мақсатында тірек сигналы (*опорный сигнал – reference signal*) қолданылады. Тірек сигналы – жүйенің барлық негізгі элементтерін синхрондау жүзеге асырылатын мерзімді сигнал. Ертеректе шыққан еңбектерде [8,9] тірек сигналы ретінде тұрақты шама алынған. Кейінірек шыққан еңбекте, атап айтқанда, А.Айсидори және С.И.Бирнс [10] зерттеулерінде сызықтық емес жүйелер үшін тірек сигналдары уақытқа байланысты өзгеріске ұшырайтын жағдай алғаш рет қарастырылды.

Жоғарыда қарастырылған жұмыстарда сызықтық емес жүйенің Якобиан сызықтандырылуы орнықтанады және анықталады деп болжам жасалады. Осы екі болжам күй сигналын немесе күй сигналы мен тірек сигнал айырмашылығы бойынша кері байланыс тәсілін қолданып, сызықтық емес болған жүйелердің күйін тұрақтандыруды жүзеге асыруда негізгі қағида болды. Сызықтандыру - бұл тұйық сызықтық емес жүйелерді жақындата көрсету әдісі. Бұл әдіс арқылы сызықтық емес түрдегі жүйені зерттеу сызықтық түрдегі жүйені талдаумен/шешумен ауыстырылады. Алайда сызықтық емес түрдегі жүйелердің сызықтандырылған жүйелері анықталмайтын не орнықтанбайтын есептерде бақылау мәселесі, тіпті тұрақтандыру мәселесі күрделі және шешуі қиын болып келеді. Егер қарастыратын жүйеміз тұрақтанбайтын ішкі кеңістікке ие болса, онда асимптотикалық ізіне түсу – кез келген күйі бойынша кері байланыс арқылы және, әрине, шығыс сигналы немесе қателігі бойынша кез келген кері байланыс арқылы мүмкін емес [9-11]. Осылайша, осы қиындықтарды жеңу үшін жаңа бақылау (ізіне түсу) тұжырымдамасы енгізілді және осы жаңа тұжырымдама шеңберінде түрлі нәтижелер жарияланды.

[12] еңбектегі зерттеу жетістіктері мен нәтижелері шекті уақыт феномені салдарынан сызықтық емес мүшелерге салынған белгілі бір шарттарға негізделеді. [13-17] еңбектерде қарапайым сызықтық емес жүйелер класы үшін шығыс кері байланыс арқылы шешу әдістері сипатталған және зерттелген. [18-21] мақалаларда сызықтық емес жүйелердің екінші бір тобы үшін Липшиц бейсызықтығы немесе өлшенбейтін күйлерде сызықтық болып келетін жүйелер үшін шығыс сигналы бойынша кері байланысты басқарудың глобалдық проблемасы талқыланды. Бұл жұмыстардың барлығында сызықтық емес бақылаушыларды құру үшін сызықтық емес функцияларды накты білу талап етіледі. Егер сызықтық емес мүшелер анық белгілі болмаған жағдайда жоғарыдағы жұмыстарда ұсынылған бақылаушыларды іске асыру мүмкін болмайды. Анықталмаған сызықтық емес мүшелерден тұратын жүйелердің шығысын кері байланыс арқылы глобалды басқаруға/бақылауға қол жеткізу мақсатында кері байланыстың үстемдік әдісі қаралды [22]. Мұнда бақылаушы және контроллер біріккен теңдеуін жүйенің сызықтық еместігін білмей тұрып құруға мүмкін екендігі және глобалды тұрақтылықты сызықтық өсу жағдайында алуға болатындығы айқындалды. Кейінірек бұл шарт өсу параметрі шығыс сигналының полиномы болып келетін жағдайына дейінгі зерттеулермен кеңейтілді [23,24]. Келесі зерттеуде, сызықтық емес жүйелермен жұмыс істеу үшін сызықтық өсім шарты жоғары ретті сызықтық емес есептерін шешу үшін жеңілдетілді. Және бұл әдіс-тәсіл біртекті үстемдік әдісін дамытуға үлкен ықпал жасады [25]. Осы бағыттағы кейінгі жұмыстар сызықтық өсу мен жоғары ретті өсу жағдайларын бірге үйлестіре алатын мүмкіндігін қамтиды [26,27].

Целиковский және Хуан зерттеуінде сызықтандыруы орнықтанбайтын және анықталмайтын үшбұрышты жүйелер класы үшін шығыс сигналын локалды тұрақтандыру мәселесі зерттелді [28]. Мұнда бақылау қателігін белгілі берілген аймақтан асырмайтын локалды, үздіксіз контроллер құрылды. Ол бойынша, жалғыз кіріс, жалғыз шығыс сигналына ие аффинді болып келген сызықтық емес жүйенің шығыс сигналын бақылау проблемасы келесі түрде берілген және ол орнықтанбайтын сызықтандыруға ие:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y &= h(x). \end{aligned} \tag{1.2}$$

Мұндағы: $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ жүйе күйі, $u \in \mathbb{R}$ және $y \in \mathbb{R}$ сәйкесінше кіріс және шығыс сигналдар, f, g, h - тегіс функциялар. Тұрақсыз сызықтандыруға байланысты шығыс сигналын асимптотикалық бақылау тегіс кері байланыс арқылы мүмкін болмау себебінен біршама қатаң емес идея *«практикалық бақылау»* концепциясы қолданылды, бұл жаңа концепция бойынша бақылау мәселесі үздіксіз кері байланыс көмегімен шешуге болатындығы дәлелденді. Жаңа тұжырымдама келесіше анықталады: зерттелуші жүйенің күйі анықталған, $u(t)$ кірісі

$$|y(t) - y_r(t)| < \varepsilon, \ \forall t \geq T > 0 \tag{1.3}$$

шартын қанағаттандыратындай таңдау мүмкін болса және кез-келген ε>0 үшін $x_0 \in R^n$ алғашқы күйге тәуелді $T := T(\varepsilon, x_0) > 0$ шекті уақыт бар болса, онда $y_r(t), \ t \in [0, +\infty)$ тірек сигналының ізіне түсіру мүмкін болып келеді. Аталмыш зерттеуден кейін осы түрдегі сызықтық емес болған жүйелерге байланысты бағытта құнды зерттеулер шықты. Мұндай типтегі жүйелерді шешуге арналған жалпыланған нормал форманы Ченг, Лин [29], Респонек [30] қарастырып, осы түрде берілген жүйелер класы үшін практикалық бақылау бойынша құнды зерттеулер жүргізіп, сондай-ақ тұрақтандыру мәселелері туралы жария етілді [31-40].

Жалғыз кіріс сигналы бар аффинді сызықтық емес жүйенің нормал түрін келесіше сипаттайық:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \tag{1.4}$$

Мұндағы $f(0) = 0, \ g(0) \neq 0$. Жоғарыда аталған [29, 30] еңбектерде берілген (1.4) жүйе $x = 0$ тепе-теңдік күйі маңында өзгерілуі мүмкін және күйі бойынша кері байланыс $\xi = \Phi(x)$ және $u = \alpha(x) + \beta(x)v$ басқарудың келесі түрдегі жалпылама нормал формаға өзгертілуі мүмкін болатындығының жеткілікті және қажетті шарттары берілді:

$$\begin{aligned}&\dot{\xi}_i=\xi_{i+1}^{p_i}+\phi_i\left(\xi_1,\ldots,\xi_i\right),\ i=1,\ldots,n-1,\\&\dot{\xi}_n=v+\phi_n\left(\xi_1,\ldots,\xi_n\right).\end{aligned}\tag{1.5}$$

Мұндағы $p_i\geq 1$ - тақ, бүтін сандар және $\phi_i(\cdot)$ - тегіс функциялар. Бұл p-нормал форма, ал егер $\phi_i(0)=0$, $i=1,\ldots,n$ болса, онда ол шын мәніндегі p-нормал форма деп аталады. (1.4) жүйе нақты p-нормал формада берілген деп болжайық. Онда, егер $p_1=\ldots=p_{n-1}=1$ болса, (1.4) жүйені сызықтандыруға болады, егер $p_i>1$ болса $x=0$ төңірегіндегі сызықтандырылған жүйе орнықты емес, олай болса, берілген (1.4) жүйе шын мәніндегі сызықтық емес жүйе. Келесі p-нормал формадағы сызықтық емес жүйені талқылайық:

$$\begin{aligned}&\dot{x}_i=x_{i+1}^{p_i}+\phi_i\left(t,x,u\right),\ i=1,\ldots,n-1,\\&\dot{x}_n=u^{p_n}+\phi_n\left(t,x,u\right),\\&y=x_1.\end{aligned}\tag{1.6}$$

Мұндағы $p_i\geq 1,\ i=1,\ldots,n$ - бүтін оң сандар, $\phi_i:\mathbb{R}\times\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ - анық емес C^1 функциялар. (1.6) жүйе шын мәніндегі p-нормал формадағы сызықтық емес жүйе, жүйедегі ауытқулар $\phi_i(\cdot)$ функциялар салдарынан болады. Мұндай жағдайда (1.6) жүйені робастты мағынасында қараған жөн. Лин, Цянь зерттеушілер (1.6) формадағы жүйелер үшін түрлі робастты реттеу жағдайларын зерттеді [31] және құнды нәтижелер алды. Оларға сүйеніп, жүйе бойынша қайсыбір болжамдарға сәйкес тұрақты тірек сигналға қатысты жүйенің шығыс сигналын кең ауқымды робастты асимптотикалық бақылау проблемасын тегіс күй кері байланысы арқылы шешуге болатындығын дәлелдеді. Дегенмен, уақытқа қатысты өзгеретін тірек сигналы үшін тиісті мәселе тегіс күйі бойынша кері байланыс әдісі арқылы шешімге ие емес. Мәселені шешу үшін Лин және Цянь $\phi_i\left(t,x,u\right)=\phi_i\left(x_1,\ldots,x_i\right)$ түрдегі анық емес функцияларға ие (1.6) жүйе үшін шығыс сигналын бақылаудың практикалық мәселесін зерттеді [32,33]. Ол бойынша уақытқа байланысты өзгермелі тірек сигналы үшін шығыс сигналын кең ауқымды практикалық бақылау тірек сигналына байланысты $u=u\left(x,y_r\left(t\right)\right)$ тегіс күйі бойынша кері байланыс арқылы қол жеткізуге болады. Мұнда тірек сигнал алдын-ала берілген, шектелген және оның уақытқа байланысты туындысы да шектелген жағдай қарастырылған. Алайда практикалық жағдайда мұндай контроллерді құру үшін y шығыс сигналын ғана қолданған жөн, бірақ, тұтастай алғанда, бұл әлдеқайда қиынырақ.

Әрі қарай, бұл тұрақтандыру проблемасын шешу үшін Ян және Лин $p_i=p\ \left(i=1,\ldots n-1\right)$ және $p_n=1$ болжамдарын жасай отырып (1.6) жүйеге қарағанда келесі түрдегі әлдеқайда еркін жүйені зерттеді [34]:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_i = x_{i+1}^p + \phi_i(t,x,u),\ i = 1,\dots,n-1,\\
&\dot{x}_n = u + \phi_n(t,x,u), \qquad (1.7)\\
&y = x_1.
\end{aligned}$$

Мұнда «компенсатор-контроллер жұбы» жаңа идеясын [22,33,34] енгізу арқылы және келесі шарттарға сай кең ауқымды робастты тұрақтандыру тегіс шығыс кері байланыс контроллері (шығыс компенсаторы) арқылы қол жеткізуге болады:

$$\left|\phi_i(t,x,u)\right| \le C\left(\left|x_1\right|^p + \dots + \left|x_i\right|^p\right),\ i = 1,2,\dots,n. \qquad (1.8)$$

Мұндағы $C > 0$ тұрақты сан.

Салыстырмалы түрде жақында жарық көрген еңбектерінде ғалымдар Алимхан және Инаба [38,39] практикалық бақылау проблемасын (1.7) жүйеге қарағанда, келесі түрдегі аздап өзгертілген жүйеге қатысты зерттеді:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_i = x_{i+1}^p + \phi_i(t,x,u),\ i = 1,\dots,n-1,\\
&\dot{x}_n = u + \phi_n(t,x,u), \qquad (1.9)\\
&y = x_1 - y_r.
\end{aligned}$$

Авторлар бұл еңбекте Ян және Лин [34] сипаттаған әдіске ұқсас әдісті пайдаланып, әлдеқайда еркін шарттар қою арқылы шекті тірек сигналына қатысты шығыс сигналын кең ауқымды робастты практикалық бақылауға шығыс компенсаторы арқылы қол жеткізуге мүмкін болатындығын дәлелдеді. Ол шарт бойынша:

$$\left|\phi_i(t,x,u)\right| \le C_1\left(\left|x_1\right|^p + \dots + \left|x_i\right|^p\right) + C_2,\ i = 1,2,\dots,n. \qquad (1.10)$$

Мұндағы, $C_1 \ge 0,\ C_2 \ge 0$ константалар. Мұндағы (1.10) өсу шарты қосымша константа $C_2 \ge 0$ қосу арқылы (1.8) шартқа қарағанда, әлдеқайда әлсіз екенін көруге болады және бұл шығыс компенсаторымен практикалық бақылау проблемасын шешу үшін маңызды рөл атқарады.

Сонымен бірге, табиғатта көптеген сызықтық емес процестерде уақыт кешігу құбылыстары болады. Біз баяндаған зерттеулерде уақыт кідірісінен болатын кері әсер зерттелмеген. Уақыт кешігу шамасына ие сызықтық емес болған жүйелер деп – жүйе күй сигналының алдағы қадамдағы динамикасы оның тек ағымдық шамасынан ғана емес, алдыңғы мәндеріне де тәуелді болатын жүйелерге айтылады. (1.7) жүйені уақыт кешігу параметрі бар сызықтық емес түрдегі жүйеге келтіретін болсақ:

$$\dot{x}_i(t) = x_{i+1}^{p}(t) + \phi_i\big(t, x(t-d), u(t)\big), \quad i = 1, \ldots, n-1,$$
$$\dot{x}_n(t) = u + \phi_n\big(t, x(t-d), u(t)\big), \qquad (1.11)$$
$$y(t) = x_1(t).$$

Мұнда $x(t) := (x_1(t), \ldots, x_n(t))^{\mathrm{T}} \in R^n$, $u \in R$, $y(t) \in R$ - жүйе күйі, кіріс, шығыс сигналдары. Константа $d \geq 0$ күйдің уақыт кешігу параметрі, $x(\theta) = \phi_0(\theta)$, $\theta \in [-d, 0]$ жүйенің бастапқы шарты. $\phi_i(\cdot)$ анық емес үздіксіз функциялар, $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \{ p/q \in [0, \infty) : p$, q бүтін тақ сандар, $p \geq q$ }, $(i = 1, \ldots, n-1)$. Егер d уақыт кешігуі болғанда да шекті уақыттан соң жүйе күйлері шекараланған облыста болатындай және жүйедегі бірінші теңдеудің шығысы $y(t)$-ны таңдалған тірек сигнал ізіне түсіретін басқару табылса, онда берілген анықталмаған сызықтық емес жүйе шешімге ие.

Жүйеде уақыт кешігу жағдайы келесідей себептерден болуы мүмкін: кешіккен өлшеулерден немесе кешіккен басқарудан. Бұл екі жағдайдың қайсысын алып қарасақ та, кешігуден болатын әсер жүйеге кері ықпал етеді, себебі кешігу жүйе құрылымын бұзуға немесе жүйені орнықсыздандыруға ұшыратады. Уақыты кешіккен жүйелер көптеген физикалық [41], химиялық [42], табиғи [43], биологиялық [44] объектілер мен процестерде және басқа да құбылыстарда кездеседі. Уақыт кешігу құбылысы жоқ жүйелер шешімін табуда ең жиі қолданылатын әдістер Ляпуновтың тікелей әдісіне және дифференциалдық теңдеулердің дифференциалдық-геометриялық теориясына негізделеді. Мысалы, [45] еңбекте сызықтық емес объектілердің әртүрлі типтері үшін түрлі басқару жүйелерін жобалау проблемалары Ляпуновтың тікелей әдісімен шешілді. Уақыт кешігу параметрі бар сызықтық емес жүйелер үшін Ляпунов-Красовский функционалынан пайдаланамыз [46]. Ляпунов-Красовский әдісін сызықтық емес жүйелердегі уақыт кешігуінен туындайтын әсерді жою мақсатында қолданып, нәтижесінде уақыты кешіккен жүйелерді тұрақтандыру есептері, уақыты кешіккен жүйелердегі практикалық бақылау есептері бойынша жетік әрі озық әдіс-тәсілдер құрылды [47-51]. Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру/орнықтандыру міндеттері бойынша жақсы нәтижелер алынды. Алайда, уақыт кешігу параметрі бар жүйелердің шығыс сигналын практикалық бақылау баяу даму үстінде. Сызықсыздықта уақыт кешігуі бар болған жағдайда, шығыс сигналын бақылау проблемаларында кейбір қызықты нәтижелер алынды [52-54]. Дегенмен, бұл жұмыстарда сызықтық емес жүйенің тек бір локалды жағдайы қарастырылады. Ал біздің зерттеуіміздегідей берілген жүйе шын мәніндегі уақыты кешіккен сызықтық емес жүйе болса, онда мәселе күрделене түсері хақ. Осындай шешуі табылмаған есептерді зерттеу арқылы біздің ой түйгеніміз: уақыт кешігу параметрі қатысқан p-нормал формадағы сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын практикалық бақылау мәселелерінің әлі шешімін таппаған көптеген қызықты есептері бар. Біз қарастыратын p нормал сызықтық емес болып келген жүйелер және p нормал уақыт кешігуі бар сызықтық емес болып келген жүйелерге практикалық бақылау біршама зерттеулерде күйі бойынша кері байланыс үстемдік ететін әдіспен шешілуде [25,40,49,55,56]. Уақыт кешігу сипатына ие жүйелерді робастты басқару проблемасы және орнықтылығын зерттеу есептеулері бойынша зерттеулер жинағы жарияланды [57]. Сандық есептеулерден/эксперименттерден тұратын бұл жинақта уақыт кешігуі бар жүйелерді робастты мағынасында басқару есептері қарастырылып, шешімін тапқан. Алдыңғы зерттеулерде уақыт кешігу параметрі бірге тең, не уақыт кешігу параметрі константа болған жағдайлар ғана зерттелген болса, онда қазіргі зерттеулерде уақыт кешігу параметрінің өзі уақыт бойынша өзгеретін функция деп алынып, айнымалы уақыт кешігу параметрі бар шын мәніндегі сызықтық емес жүйелер класы үшін шығыс сигналын күйі бойынша кері байланыс арқылы берілген тірек сигнал ізіне түсіру мәселелері қарастырылып, зерттелу үстінде.

Жоғарыда келтірілген зерттеулермен қатар, соңғы жылдары тұрақты емес ішкі жүйелерге ие ауыспалы сызықтық емес жүйелердің (switched nonlinear systems) шығысын басқарудың практикалық есептеріне де көңіл бөлініп, зерттеу жұмыстары жүргізілуде. Гибридті жүйелердің класына жататын ауыспалы сызықтық емес жүйелер ішкі жүйелердің үздіксіз класынан және ауыстырып қосу шарттарынан тұрады. Ауыспалы сызықтық емес жүйелерді зерттеудің негізінде қоршаған ортаның әртүрлі факторлары және ұшақты басқару жүйелері, роботты басқару жүйелері сынды интеллектуалдық басқару құралдары жатыр [58-60]. Жоғарыдағы еңбектерде қарастырылмаған сызықтық емес жүйе шығыс сигналын бақылаудың практикалық мәселесі зерттелді [61-63]. Ауыспалы сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын басқару алгоритмі: алдымен, Ляпуновтың жүйелерді басқару әдісін пайдаланып және динамикалық күшейту коэффициентіне негізделген тәсілді құру арқылы жекелеген ішкі жүйелердің динамикалық контроллерлері және тиісті ауыстырып қосу заңы жабық жүйенің барлық сигналдары глобалды деңгейде шектелгенін қамтамасыз етеді, ал шығыс сигналы мен тірек сигналы арасындағы бақылау қателігі шекті уақыт өткеннен кейін кішкене болуы мүмкін.

1.2 Анықталмаған сызықтық емес жүйелер орнықтылығы

Сызықтық емес жүйелер үшін орнықтылық қасиеттері алдын-ала зерттеліп, сыртқы әсерлер жағдайларында орнықтылығын қамтамасыз ету талап етіледі. Зерттеу жұмысымыздың сызықтық емес жүйелерді басқару/бақылау бойынша басқа жұмыстардан айырмашылығы: біздің зерттеуімізде ауытқулар туралы ақпарат беретін тірек сигналы алдын ала беріледі. Берілген тірек сигнал параметрлік және сыртқы бұзушы әсердің шектеуін өтейтін басқару алгоритмін алуға мүмкіндік беретін ықпалды бағалау үшін пайдаланылады.

Жалпылама сызықтық емес жүйелердің математикалық моделін төмендегіше анықтайық:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1\left(t, x_1, ..., x_n, u_1, ..., u_m\right) \\
\dot{x}_2 &= f_2\left(t, x_1, ..., x_n, u_1, ..., u_m\right) \\
\vdots \quad & \quad \vdots \\
\dot{x}_n &= f_n\left(t, x_1, ..., x_n, u_1, ..., u_m\right).
\end{aligned}
\tag{1.12}
$$

Мұндағы $\dot{x}_i$ - уақыт t -ға қатысты x_i жүйе күйлерінің туындылары, $u_1,...,u_m$ кіріс/басқару. $x_1,...,x_n$ - күй айнымалылары деп те атасақ болады. Жоғарыда берілген теңдеулерді ықшамды формада жазу үшін векторлық белгілерді қолданамыз:

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad f\left(t, x, u\right) = \begin{bmatrix} f_1\left(t, x, u\right) \\ \vdots \\ f_n\left(t, x, u\right) \end{bmatrix}. \tag{1.13}
$$

Немесе келесі ықшамды түрде жазамыз:

$$
\dot{x} = f\left(t, x, u\right). \tag{1.14}
$$

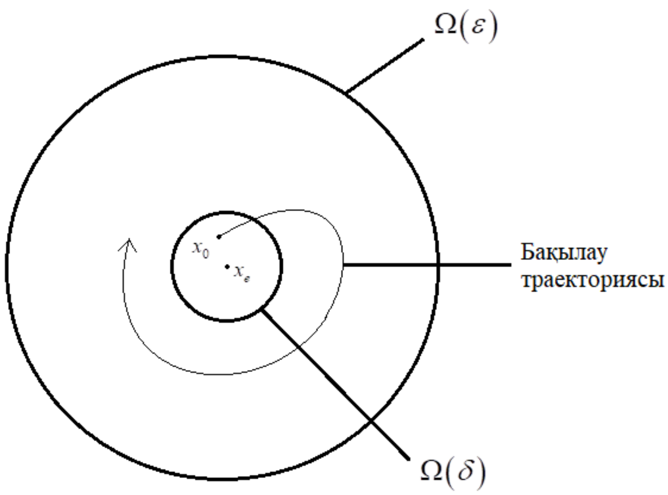
Әдетте, (1.12) теңдеуді күй теңдеуі деп атаймыз. Мұнда x күй сигналы, ал u кіріс сигналы.

Жоғарыда атап өткендей, орнықтылық - жүйелердің қозғалысын сипаттайтын параметрлердің ұзақ уақыт сақталуы. Орнықтылық проблемалары барлық физика, механика, химия, т.б. құбылыстарды зерттегенде кездеседі. Мысалы, механикалық қозғалыстағы орнықтылық проблемасын зерттеген Ж. Лагранж (1736-1813), П. Лаплас (1749-1827), А.М. Ляпунов (1857-1918), С. Пуассон (1781-1840), Н.А. Жуковский (1847-1921), Б. Якоби (1801-1874), т.б. ғалымдар орнықтылықтың түрліше анықтамасын берген. Олардың ішінде орнықтылықтың ең жалпыға ортақ, қолайлы анықтамасын ұсынып, математикалық теориясын жасаған орыс математигі, механик Александр Михайлович Ляпунов [64] болды. Кеңестік ғалымдар Н.Г. Четаев (1902-1959), Г.В. Колесников, И.Г. Малкин (1907-1958), К.П. Персидский (1903-1970), Н.Н. Красовский (1924-2012) және т.б. А.М. Ляпуновтың қозғалыс орнықтылығы идеясын әрі қарай жалғастырды. Ляпуновтың теориясы бойынша, жүйе орнықтылығын сақтау дегеніміз жүйеге аз энергия берілгенде немесе жүйенің өзгеруі аз болғанда, оның келесі уақыт аралығында орнықты күйінен ауытқуы аз болуы шарт. Осы жағдайда жүйе өз бастапқы орнықтылығына қайта келеді. Берілген диссертациялық жұмысымызда тепе-теңдік нүктелерінің орнықтылығы проблемалары қарастырылады. Тепе-теңдік нүктелерінің орнықтылығы, әдетте, Ляпунов сипаттаған мағынасында танылады. Тепе-теңдік нүктесі, егер көршілес нүктелерде басталатын барлық шешімдер қатар қалса, тұрақты болып табылады, әйтпесе ол – тұрақсыз. Егер көрші нүктелерде басталатын барлық шешімдер тек қатар қалып қана қоймай, уақыттың шексіздікке ұмтылуына қарай тепе-теңдік нүктесіне ұмтылса, онда жүйе асимптотикалық орнықты. Ляпуновтың орнықтылық теоремалары орнықтылық, асимптоталық орнықтылық және т.б. үшін жеткілікті шарттар береді.

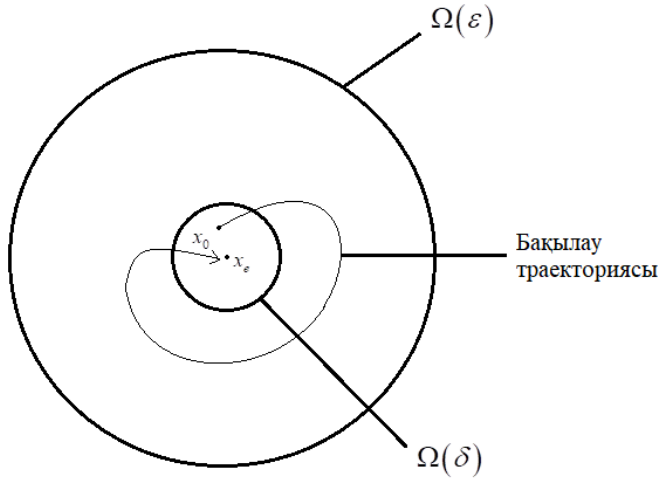
Жоғарыда атап өткендей, жүйенің орнықтылығы, әдетте, сыртқы әсерлер тоқтаған кезде өзінің алғашқы күйін сақтау қабілетін білдіреді. Орнықтылық басқару жүйесінің қалыпты жұмысының негізгі шарты болып табылады. Ляпуновтың орнықтылық теоремасы жүйе орнықтылығын энергия тұрғысынан анықтайды, оның ең басты артықшылығы жүйенің қозғалыс теңдеуін шешуді қажет етпей-ақ орнықтылықты анықтауға болады.

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x(t)\right), \; x(t_0) = x_0. \tag{1.15}$$

Мұндағы $x(t) \in \mathbb{R}^n$ - жүйенің күйі, $f : \overline{\mathbb{R}}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ - анықталмаған функция, t - үздіксіз уақыт айнымалысы. Ал, егер, барлық $t \geq t_0$ үшін $f(t, x_e) = 0$ болса, онда $x_e \in \mathbb{R}^n$ нүктесі (1.15) жүйенің тепе-теңдік нүктесі деп аталады. Бұл кезде жүйеге сыртқы бұзушы әсер етпегенше, жүйе осы орнықтылығын сақтайды. 1.6 суретте орнықтылық Ляпунов мағынасында, ал 1.7 суретте Ляпунов мағынасында асимптотикалық орнықтылық жағдайы бейнеленген [65].



Сурет 1.6 – Ляпунов мағынасындағы орнықты жүйе кескіні



Сурет 1.7 – Ляпунов бойынша асимптотикалық орнықты жүйе

Суретке қарап $\left\|x(t_0)\right\|$ сигналы $\Omega(\delta)$ -ға жақын болғандықтан, $x(t)$ *бақылау траекториясы* $\Omega(\varepsilon)$ төңірегінде қалатынын көреміз. Берілген жүйе $x_e = 0$ тепе-теңдік нүктесінде орнықты, $t \to \infty$ ұмтылғанда $x_e = 0$ нүктесіне жақын барлық шешімдер берілген нүктеге жақындайтын болса, онда берілген жүйе – асимптотикалық орнықты:

$$x(k+1) = f\left(k, x(k)\right),\ x(k_0) = x_0. \tag{1.16}$$

Мұндағы $x(k) \in \mathbb{R}^n$ - жүйе күйі, $f : \overline{\mathbb{Z}}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ - анық емес функция, $f(k,x)$ функциясы x бойынша үздіксіз функция. $\mathbb{R}^n$ жиынындағы x_e нүктесі (1.16) теңдеудің тепе-теңдік нүктесі болып табылады және аталады.

Ляпуновтың орнықтылық теоремалары. Ляпунов механикалық қасиеттерді пайдаланып, жүйенің энергетикалық өрісінің оның орнықтылығына әсер ететінін зерттеді, кейіннен дифференциалдық теңдеуді анық интегралдаусыз жүйенің орнықтылығын анықтау әдісін ойлап тапты. Бұл Ляпуновтың тікелей әдісі немесе Ляпуновтың екінші әдісі деп аталады. Классикалық механика бойынша физикалық жүйеде энергияның төмен болуымен салыстырғанда жоғары энергияға ие болған кезде, массаның орнықты болмағанын айтады. Осылайша, бөлшектердің орнықсыз күйден орнықты күйге ауысқан кезде оның энергиясы үнемі төмендеуі керек. Егер энергияны E арқылы өрнектейтін болсақ, онда $E > 0,\ dE/dt < 0$ болады. Механикалық осциллятор жұмысын мысалға алайық. Осциллятордың жылдамдығы азайған сайын, жүйенің жалпы энергиясы да төмендейді және соңында тепе-теңдік нүктеде 0-ге айналады, яғни орнықты болады.

Жоғарыда айтылған принциптердің негізінде Ляпунов тек қана күй энергиясы арқылы сипатталатын $V\left(t, x(t)\right)$ энергия функциясын құрды. Егер

$$V\left(t,x(t)\right)\begin{cases} >0, \text{ егер } x\neq 0,\\ =0, \text{ егер } x=0,\end{cases}$$

$\dot{V}\left(t,x(t)\right)\leq 0$ болса, тепе-теңдік нүктедегі орнықтылық – жүйенің қозғалыс теңдеуінің шешімдері туралы қандай да бір мәліметсіз дәлелдене алады. Мұндағы: $V\left(t,x(t)\right)$ - Ляпунов функциясы деп аталады.

Теорема 1.1 [65]. Дискрет уақытты жүйелер үшін Ляпуновтың орнықтылық теоремасы:

(1.16) жүйе берілсін, мұнда $f\left(0,k\right)=0$ болсын. Жүйенің тепе тендік нүктесі $x_e=0$ тең;

1) Оң функция $V\left(k,x(k)\right)$ бар және $\Delta V\left(k,x(k)\right):=V\left(k+1,x(k+1)\right)-V\left(k,x(k)\right)\leq 0,\ \forall x\neq 0$ шартын қанағаттандыратын болса, онда берілген жүйе $x_e=0$ нүктесінде орнықты;

2) Егер функция $V\left(k,x(k)\right)$ бар және $\Delta V\left(k,x(k)\right):=V\left(k+1,x(k+1)\right)-V\left(k,x(k)\right)<0,\ \forall x\neq 0$ шартын қанағаттандыратын болса, онда берілген жүйе $x_e=0$ нүктесінде асимптотикалық орнықты;

3) Егер берілген жүйе $x_e=0$ тепе-теңдік нүктесінде асимптотикалық орнықты және $\|x\|\to\infty$ сайын, $V\left(k,x(k)\right)\to\infty$ ұмтылса, онда берілген жүйе $x_e=0$ тепе-теңдік нүктесінде кең ауқымды асимптотикалық орнықты.

Теорема 1.2 [66]. Үздіксіз уақытты жүйе үшін Ляпунов орнықтылық теоремасы.

Жоғарыда берілген (1.15) түрдегі жүйені қарастырайық. $f\left(t,0\right)=0$ болсын, яғни жүйенің тепе-теңдік нүктесі $x_e=0$ болады.

1) Егер $V\left(t,x(t)\right)$ оң анықталған және оның туындысы $\dot{V}\left(t,x(t)\right):=\frac{d}{dt}V\left(t,x(t)\right)$ жартылай теріс анықталған болса, онда берілген жүйе $x_e=0$ тепе-теңдік нүктесінде орнықты.

2) Егер $V\left(t,x(t)\right)$ оң анықталған бар және оның туындысы $\dot{V}\left(t,x(t)\right):=\frac{d}{dt}V\left(t,x(t)\right)$ теріс анықталған болса, онда берілген жүйе $x_e=0$ тепе-теңдік нүктесінде асимптотикалық орнықты.

3) Егер берілген жүйе $x_e=0$ нүктесінде асимптотикалық орнықты және $\|x\|\to\infty$ ұмтылған сайын, $V\left(t,x(t)\right)\to\infty$ ұмтылса, берілген жүйе $x_e=0$ нүктесінде кең ауқымды асимптотикалық орнықты.

1.3 Уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердегі орнықтылық проблемасы

Егер өзгермелі жүйенің болашақ өзгерісі ағымдағы шамаларға ғана емес, сонымен қатар алдыңғы мәндерге де байланысты болса, онда жүйе уақыты кешіккен жүйе деп аталады. Мұндай түрдегі нақты сызықтық емес жүйелерді қарапайым дифференциалдық теңдеулермен қанағаттанарлықтай деңгейде модельдеп шығу мүмкін емес. Дифференциалдық теңдеулер бұл типтегі жүйелер үшін тек жақындатылған модель болып келеді. Бұл типті жүйелерді анық сипаттау тәсілдерінің бірі – функционалды-дифференциалдық теңдеулер арқылы сипаттау.

Функционалды-дифференциалдық теңдеулер. Көптеген жүйелерде максималды кешігу (кідіру) d болуы мүмкін. Бұл жағдайда, біз көбінесе $\mathbb{R}^n$ жиынындағы $[-d,0]$ аралығындағы $C = C\left([-d,0],\mathbb{R}^n\right)$ арқылы анықталатын үздіксіз функциялар жиынтығына қызығушылық танытамыз. Кез-келген $a > 0$ үшін $\varphi \in C\left([t_0 - d, t_0 + a],\mathbb{R}^n\right)$ үздіксіз функция бар және $t_0 \le t \le t_0 + a$ болсын. Мұндағы: $\varphi_t \in C$ - үздіксіз функция φ кесіндісінің бөлігі және $\varphi_t(\theta) = \varphi(t+\theta),\ -d \le \theta \le 0.$ Кешіккен функционалдық дифференциалдық теңдеудің жалпы түрі:

$$\dot{x}(t) = f\left(t, x_t\right),\ t \ge t_0. \tag{1.17}$$

Мұндағы $x(t) \in \mathbb{R}^n$ - жүйе күйі және $f : \mathbb{R} \times C \to \mathbb{R}^n$ - белгісіз үздіксіз функциялар. Бұл теңдеуден t уақытындағы x айнымалы күй туындысы $t - d \le \zeta \le t$ үшін t және $x(\zeta)$ -ге байланысты болады. Осылайша, күйдің болашақ өзгерісін анықтау үшін ұзындығы d -ға тең уақыт интервалындағы, айталық, $t_0 - d$ -ден t_0 -ге дейінгі аралықтағы $x(t)$ күй параметрінің алғашқы мәнін анықтау қажет. Яғни $x_{t_0} = \phi,\ \phi \in C.$ Немесе: $x(t_0 + \theta) = \phi(\theta),\quad -d \le \theta \le 0.$

Теорема 1.3 [67]. Шешімнің жалғыздығы туралы. $\Omega \subseteq \mathbb{R} \times C$ - ашық жиын, $f : \Omega \to \mathbb{R}^n$ - функциясы үздіксіз және $f(t,\phi)$ функциясы әрбір Ω ықшамды жиынында ϕ бойынша Липшицті болсын деп болжам жасайық. Олай болса, берілген ықшам жиын үшін, $\Omega_0 \subset \Omega$, $\left\| f(t,\phi_1) - f(t,\phi_2) \right\| \le L \left\| \phi_1 - \phi_2 \right\|$ шартын қанағаттандыратын L тұрақтысы бар. Мұндағы: $(t,\phi_1) \in \Omega_0$ және $(t,\phi_2) \in \Omega_0$. Егер $(t_0,\phi) \in \Omega$ болса, онда (1.17) кешіккен функционалдық-дифференциалды теңдеудің (t_0,ϕ) жалғыз ғана шешімі бар.

Ляпунов-Красовский орнықтылық теоремасы. Кешіккен аргументтерге ие дифференциалдық теңдеулер жүйелері әртүрлі нақты құбылыстар мен процестерді имитациялау үшін кеңінен қолданылады. Осындай жүйелердің динамикасын талдау кезінде пайда болатын ең өзекті проблемалардың бірі – жүйенің орнықтылық проблемасы. Зерттеу барысында кешігу әсерінің шешімнің орнықтылығына әсерін ескеру керек. Уақыт кешігуі көп жағдайларда жүйеде орнықсыздыққа алып келеді. Яғни жүйе шешімдерінің орнықтылығын бұзбайтын кешігудің шекті мәндерін анықтау, оның арасында кешігу параметрінің кез-келген мәндері үшін орнықтылық жағдайы сақталатын жүйелер түрлерін табу мәселесі зор маңызға ие. Ляпуновтың жүйелерді басқару әдісі – уақыт кешігуі жоқ жүйелердің орнықтылығын шешудегі сияқты уақыт кешігу параметрі бар жүйелердің орнықтылығын анықтауда да тиімді әдістердің бірі саналады. Уақыты кешіккен жүйелер үшін Ляпунов-Красовский функционалы [47], [68-71] немесе Ляпунов-Разумихин [68], [72-74] тәсілі пайдаланылады. Аталмыш әдіс-тәсілдер көмегімен біз уақыты кешіккен көптеген жүйелердің шешімдері үшін орнықтылық жағдайын алдық [70,71,75]. Қазіргі күнге дейін жалпы сызықтық емес жүйелер үшін Ляпуновтың функцияларын және функционалын табуға арналған жалпы конструктивті әдістер әлі де жоқ. Кешігу болмағанда $V\left(t,x(t)\right)$ Ляпунов функциясын құруды талап етеді, оны $x(t)$ жүйенің күйі тривиальді шешім арасындағы қателікті өлшеу арқылы қараймыз. Уақыт кешігуі жоқ жүйеде t-дан тыс жүйенің алдыңғы дамуын анықтау үшін $x(t)$ керек. Уақыты кешіккен жүйеде осы мақсатқа жету үшін t уақыттағы «күй» керек. Бұл, $[t-d,t]$ интервалындағы $x(t)$ мәні. Демек, уақыты кешіккен жүйе үшін Ляпунов функциясы x_t функциясына тәуелді $V(t,x_t)$ функционал болып табылады және x_t мәні тривиальді шешімнен қаншалықты ауытқуын көрсетеді. Функцияның бұл түрі Ляпунов-Красовский функционалы деп аталады. Нақтырақ айтқанда, $V(t,\phi):\mathbb{R}\times C\to\mathbb{R}$ дифференциалданатын болсын және $x_t(\tau,\phi)$ (1.17) кешіккен функционалдық дифференциалдық теңдеудің t уақыттағы $x_\tau=\phi$ алғашқы шарттағы шешімі болсын, $V(t,x_t)$-дан уақытқа байланысты туындысын есептеу және оны $t=\tau$ арқылы бағалау арқылы төмендегіні аламыз:

$$\dot{V}(t,\phi)=\frac{d}{dt}V(t,x_t)\Big|_{t=\tau,x_t=\phi}=\limsup_{\Delta t\to 0}\frac{V\left(\tau+\Delta t,x_{\tau+\Delta t}(\tau,\phi)-V(\tau,\phi)\right)}{\Delta t}.$$

Теорема 1.4 [67]. Ляпунов-Красовский орнықтылық теоремасы. (1.17) жүйедегі $f:\mathbb{R}\times C\to\mathbb{R}^n$ функциясы $\mathbb{R}\times$ ($C[-d,0]$ интервалымен шектелген жиын) жиынын $\mathbb{R}^n$ шектеулі жиын құрамында бейнелейді және $\omega_1,\omega_2,\omega_3:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}_+$ - үздіксіз кемімейтін функциялар. Мұндағы: $t>0$ үшін $\omega_1(t)$ және $\omega_2(t)$ функциялары оң анықталған және $\omega_1(0)=\omega_2(0)=0$ деп болжам жасайық. Онда:

1) Егер $\omega_1\left(\|\phi(0)\|\right)\le V(t,\phi)\le\omega_2\left(\|\phi\|_C\right)$ шартын қанағаттандыратын оң анықталған $V:\mathbb{R}\times C[-d,0]\to\mathbb{R}^+$ үздіксіз функционалы бар, ал (1.17) бойынша

оның туындысы $\dot{V}(t,\phi) \le -\omega_3(\|\phi(0)\|)$ оң анықталмаған болса, онда берілген (1.17) жүйенің тривиальды шешімі біртекті орнықты болады;

2) Егер (1.17) жүйенің тривиальды шешімі біртекті орнықты және $t > 0$ үшін $\omega_3(t) > 0$ болса, онда берілген (1.17) жүйенің тривиальды шешімі біртекті асимптотикалық орнықты болады;

3) Егер (1.17) жүйенің тривиальды шешімі біртекті асимптотикалық орнықты және егер $\lim\limits_{t\to\infty} \omega_1(t) = \infty$ болса, онда берілген (1.17) жүйенің тривиальды шешімі кең ауқымды біртекті асимптотикалық орнықты.

1.4 Заманауи техникалық жүйелерді басқаруда сызықтық емес жүйелерді басқару әдістерін қолдану

Сызықтық емес кері байланысты бақылауды құру күрделі міндет болып табылады, оның шешімі белгілі бір бақылау мақсаттарына жетуге және жобалаудың белгілі бір техникалық шарттарын қанағаттандыруға арналған әртүрлі жүйелік процедураларды әзірлеуді талап етеді. Жеке таңдалған әдіс-тәсілді барлық сызықтық емес жүйелерге сәтті қолдануға болмайтыны анық. Осы бөлімде біз кері байланыс арқылы бақылаудың негізгі проблемаларын сипаттайтын боламыз. Жүйенің тұрақтылығын сақтау және басқаруда кері байланыс әдісі ең негізгі әдістердің бірі болып есептеледі. Кері байланыс – бұл жүйенің тепе-теңдік күйін сақтаудың әдісі. Алдымен күйі бойынша кері байланыс пен шығыс кері байланыс арқылы жүйені тұрақтандыру проблемасын қарастырамыз. Содан кейін біз бақылау проблемасын сипаттай аламыз.

Күйі бойынша кері байланыс арқылы жүйені тұрақтандыру. Келесі түрдегі жүйе берілген болсын:

$$\dot{x} = f(t,x,u) \tag{1.18}$$

(1.18) жүйені күйі бойынша кері байланыс арқылы тұрақтандыру проблемасы дегеніміз $x = 0$ алғашқы нүкте $\dot{x} = f(t,x,u(t,x))$ жабық жүйесінің біртекті асимптотикалық орнықты тепе-теңдік нүктесі болып табылатындай кері байланысты $u = u(t,x)$ басқару заңын құру болып табылады. Кері байланысты $u = u(t,x)$ басқару заңы әдетте «статикалық (стационарлық) кері байланыс» деп те аталады. Сонымен қатар, кейде біз $u = u(t,x,\xi)$ динамикалық күйі бойынша кері байланыс басқаруын пайдаланамыз. Мұндағы: ξ – басқарылатын x динамикалық жүйенің шешімі.

Шығыс кері байланыс арқылы жүйені глобалды тұрақтандыру. Біз жоғарыда келтірілген (1.1) жүйені берілген динамикалық шығыс компенсатор арқылы глобалдық тұрақтандыруға болатындығын дәлелдейік:

$$\dot{\xi} = f(\xi,y), \quad u = h(\xi,y) \tag{1.19}$$

(1.1) жүйені динамикалық шығыс кері байланыс көмегімен глобалды тұрақтандыру мәселесі – алғашқы нүкте тұйық жүйенің біртекті асимптотикалық орнықты тепе теңдік нүктесі болып келетін (1.19) динамикалық шығыс кері байланыстың бақылау заңын жобалау. Мұнда (1.19) жүйені динамикалық кері байланысты басқару/бақылау жағдайында тұрақтандыру қажет алғашқы нүкте $(x,\xi)=(0,0)$ түрінде беріледі. Динамикалық кері байланысты басқару шығыс кері байланыс схемаларында жиі кездеседі, себебі кейбір айнымалы мәндерді өлшеудің жетіспеушілігі, әдетте кері контроллердегі «бақылаушылар» немесе «бақылаушы-тектес» компоненттерді қосу арқылы өтеледі. Яғни (1.1) жүйе (1.19) динамикалық шығыс компенсаторымен тұрақтанады. Біз ұсынатын динамикалық шығыс компенсаторы жоғары күшейту коэффициенті бар сызықтық бақылаушыдан және жоғары күшейту коэффициенті бар сызықтық контроллерден тұрады.

Теорема 1.5 (1.1) қарапайым түрдегі белгісіз сызықтық емес жүйені кең ауқымды тұрақтандыру есебі (1.19) түрдегі динамикалық шығыс компенсаторы жәрдемінде шешімге ие.

Дәлелдеу. Келесі жүйені енгізуден бастайық:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + ra_1(x_1-\hat{x}_1)\\
\dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + r^2a_2(x_1-\hat{x}_1)\\
&\dots\\
\dot{\hat{x}}_n &= u + r^na_n(x_1-\hat{x}_1)
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$r\geq 1$ – кейінірек есептеу нәтижесінде анықталатын күшейту коэффициенті, $a_i\ (i=1,...,n)$ бұл - $p^n+a_1p^{n-1}+...+a_{n-1}p+a_n$ Гурвиц көпмүшелігінің элементтері. Әрі қарай (1.1) жүйе үшін (1.20) жүйені бақылаушы ретінде қарап, қателікті бағалаймыз $e_i=x_i-\hat{x}_i,\ \ 1\leq i\leq n$. Олай болса, (1.1) және (1.20) дан келесіні аламыз:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_2 - ra_1e_1 + \phi_1(t,x,u)\\
\dot{e}_2 &= e_3 - r^2a_2e_1 + \phi_2(t,x,u)\\
&\dots\\
\dot{e}_n &= -r^na_ne_1 + \phi_n(t,x,u)
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Келесі қадамда ε масштабталған қателік бағалауын келесі түрде енгіземіз $\varepsilon_i=e_i/r^{i-1},\ \ 1\leq i\leq n$. Онда:

$$\begin{aligned}
&\dot{\varepsilon}_1 = r\left(\varepsilon_2 - a_1\varepsilon_1\right) + \phi_1\left(t,x,u\right)\\
&\dot{\varepsilon}_2 = r\left(\varepsilon_3 - a_2\varepsilon_1\right) + \frac{\phi_2\left(t,x,u\right)}{r}\\
&\ldots\\
&\dot{\varepsilon}_2 = -ra_n\varepsilon_1 + \frac{\phi_n\left(t,x,u\right)}{r^{n-1}}
\end{aligned} \tag{1.22}$$

немесе

$$\dot{\varepsilon} = rA\varepsilon + \Phi_1. \tag{1.23}$$

Мұндағы:

$$A = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1\\ -a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_1 = \left[\phi_1\left(t,x,u\right), \frac{1}{r}\phi_2\left(t,x,u\right), \ldots, \frac{1}{r^{n-1}}\phi_n\left(t,x,u\right)\right]^T$$

Онда (1.22)-ден уақытқа байланысты V_1 туындысы келесі теңсіздікті қанағаттандырады:

$$\dot{V}_1 = r\varepsilon^T\left(A^T P + PA\right)\varepsilon + 2\varepsilon^T P\Phi_1 \le -r\left\|\varepsilon\right\|^2 + 2\varepsilon^T P\Phi_1 \tag{1.24}$$

Бұдан $\dot{V}_1 \le -\left(r - k_1\right)\left\|\varepsilon\right\|^2 + k_1\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{r^{2(i-1)}}\hat{x}_i^2$ келтіріп шығарамыз. Әрі қарай: $\xi_i = \frac{\hat{x}_i}{r^{i-1}},\ 1 \le i \le n$ енгіземіз және $\xi = \left[\xi_1 \ \ \xi_2 \ \ \ldots \ \xi_n\right]^T \in R^n$ болсын. Онда:

$$\begin{aligned}
&\dot{\xi}_1 = r\xi_2 + ra_1\varepsilon_1\\
&\dot{\xi}_2 = r\xi_3 + ra_2\varepsilon_1\\
&\ldots\\
&\dot{\xi}_n = r\left(\frac{1}{r^n}u\right) + ra_n\varepsilon_1
\end{aligned} \tag{1.25}$$

болады. Сондықтан да (1.25) теңсіздікті келесі түрде жазып алуға болады:

$$\dot{V}_1 \le -\left(r - k_1\right)\left\|\varepsilon\right\|^2 + k_1\left\|\xi\right\|^2 \tag{1.26}$$

Әрі қарай біз компенсаторды келесі формада жобалаймыз:

$$u = -r^n \left(b_n \xi_1 + b_{n-1} \xi_2 + \ldots + b_1 \xi_n \right). \tag{1.27}$$

Мұндағы: b_i – Гурвиц көпмүшелігінің $p^n + b_1 p^{n-1} + \ldots + b_{n-1} p + b_n$ коэффициенттері.

Компьютерде модельдеу. Алынған теориялық нәтижелердің растығын дәлелдеу үшін келесі түрге ие қарапайым сызықтық емес жүйені қарайық

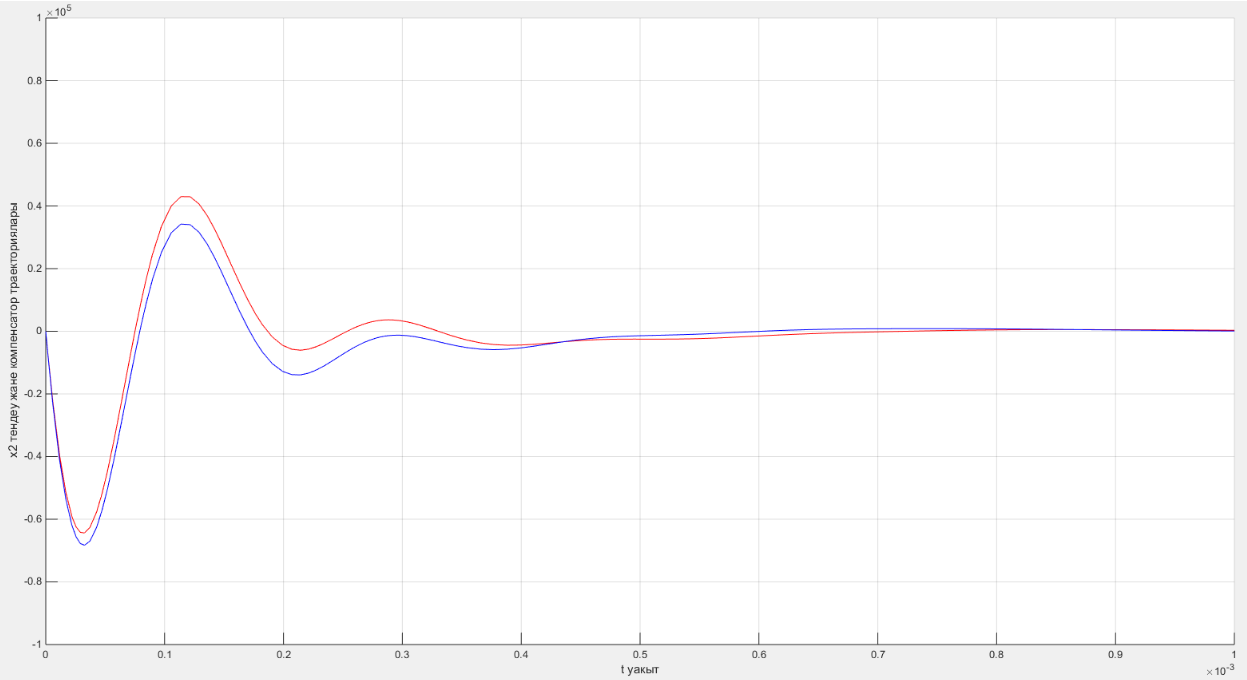
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \frac{x_1}{\left(1 - c_1 x_2\right)^2 + x_2^2} \\ \dot{x}_2 &= u + \ln\left(1 + \left(x_2^2\right)^{c_2}\right) \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{1.28}$$

Мұндағы: $c_1, c_2 \geq 1$ константалар. 1.1 теоремаға сай (1.28) жүйе күйлерін уақыт бойынша өзгермелі шығыс компенсатор арқылы глобалды тұрақтандыруға болады. Теореманың дәлелдемесіне сүйеніп, компенсаторды құруда Гурвицтің екі полиномдары тұрақтыларын келесі түрде аламыз: $a_1 = a_2 = 1$ және $b_1 = 11/4,\ b_2 = 20$. Содан кейін келтірілген компенсаторды келесі түрде аламыз:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \hat{x}_2 + r\left(y - \hat{x}_1\right) \\ \hat{x}_2 &= u + r^2\left(y - \hat{x}_1\right) \\ u &= -r\left(b_2 r \hat{x}_1 + b_1 \hat{x}_2\right) \end{aligned} \tag{1.29}$$

MatLab ортасында сандық модельдеу үшін біз $r \geq 8339$, ал бастапқы мәнін $\left(x_1(0), x_2(0), \hat{x}_1(0), \hat{x}_2(0)\right) = (1{,}5{,}3{,}5)$ таңдаймыз.

Модельдеу нәтижесі 1.8 суретте көрсетілді. Ол бойынша динамикалық шығыс компенсаторы әсерінің нәтижесінде берілген жүйе шығыс сигналының тұрақтандырылғанын көреміз.



Сурет 1.8 – (1.28) жүйенің шығыс сигналдары

Біз енді жалпылама басқару проблемасының сипаттамасына көшеміз, атап айтқанда, бақылау проблемасына. Келесі түрде модельденген жалпылама сызықтық емес тегіс жүйені қарастырайық:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f\left(t, x(t), u(t)\right), \quad x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \\ y(t) &= h\left(t, x(t), u(t)\right) \end{aligned} \tag{1.30}$$

Басқару проблемасының негізгі мақсаттарының бірі – бақыланатын $y(t)$ шығыс сигналын берілген $y_r(t)$ тірек сигналының ізіне түсіретіндей басқаруды құру болып табылады, яғни: $k(t) = y(t) - y_r(t) \approx 0, \ \forall t \geq t_0$. Мұндағы: t_0 - бақылау басталатын уақыт.

Анықтама 1.1. (1.20) жүйе үшін $y_r(t)$ тірек сигналы және $D \subset \mathbb{R}^n$ ашық ішкі жиыны болсын.

1) Егер кез-келген $x(0) \in D$ үшін $y(t)$ шығыс сигналы $\lim\limits_{t\to\infty} = \left(y(t) - y_r(t)\right) = 0$ қанағаттандыратындай басқару заңы табылса, онда *асимптотикалық бақылау проблемасы* шешілуі мүмкін.

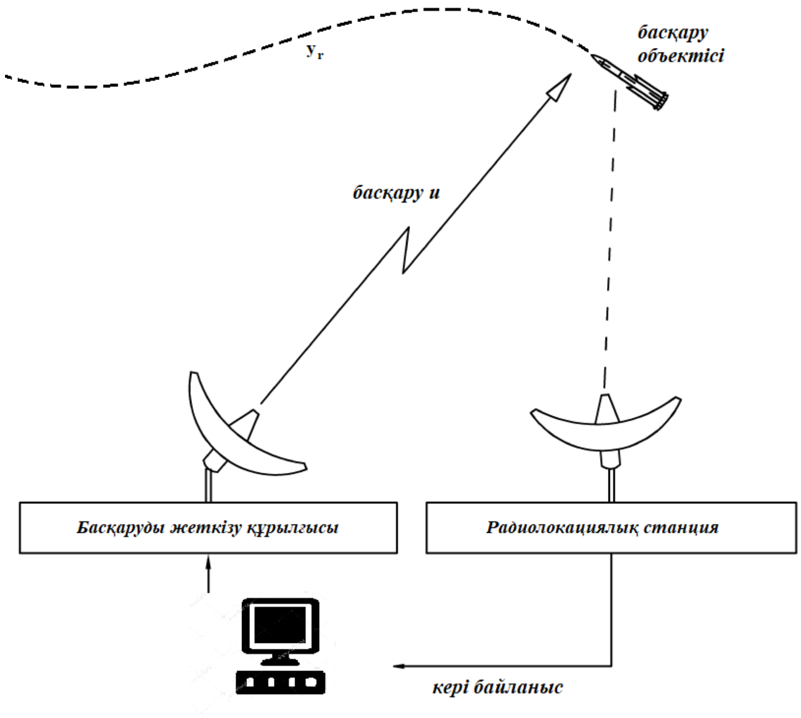
2) Егер кез-келген $\varepsilon > 0$ үшін және кез-келген $x(0) \in D$ үшін $\left|y(t) - y_r(t)\right| < \varepsilon, \ \forall t \geq T$ шартын қанағаттандыратын басқару заңы және $T = T\left(\varepsilon, x(0)\right) > 0$ табылса, онда *практикалық бақылау проблемасы* шешімге ие.

Ескерту 1.1.

1) Асимптотикалық бақылау $\Rightarrow$ Практикалық бақылау.

2) Тұрақтандыру проблемасының шешілу мүмкіндігі міндетті түрде бақылау проблемасының шешілуін білдірмейді.

Қазіргі заманғы техникалық жүйелерді бақылау кезінде алдын-ала берілген тірек мәндер арқылы реттеу тәжірибеде кең қолданысқа ие. Бақылау жүйесінің мысалы ретінде радиолокациялық станцияны айтуға болады, оның міндеті – бұрын белгісіз қозғалыс заңымен нысанды бақылауды қамтамасыз ету болып табылады. Төмендегі 1.9 суретте радиолокациялық станция көмегімен зымыранды басқару кескіні көрсетілген. Бұл мысалда басқару объектісі қарастырып жатқан сызықтық емес жүйеге мысал бола алады. Сонымен қатар жоғары дәлдікті ізіне түсу жүйелерінде ракетаны бағыттау жүйесінде орналасқан борттық радар қозғалыстағы ізіне түсетін объекттің абсолютті позициясын, яғни 1.9 суретте пунктир сызықпен берілен y_r сигналын өлшеудің орнына зымыран мен объект арасындағы арақашықтықты/қателікті өлшеуді одан әрі жалғастыра береді [35]. Бұл өз кезегінде зымыранда орналасқан датчик құрылымын өте қарапайым етеді.



Сурет 1.9 – Радиолокациялық станция жәрдемінде зымыранды басқару сызбасы

Зымыранды автоматты басқару жүйесінің жалпы сызбасы жоғарыда берілді, осы тектес қозғалыс траекториясы сызықтық емес қасиетке ие көптеген заманауи жүйелердің негізгі анықтамалары төмендегідей болады:

1) Басқару объектісі – бұл жүйе басқаратын нәрсе. Робототехника жағдайында бұл роботтың өзі, зымыран траекториясын басқару жағдайында борттық радарға ие зымыран немесе радиолокациялық станция жәрдемінде басқарылатын зымыран;

2) Тірек сигнал (мақсат, мақсат мәні) - бұл ізіне түсу объектісі. Біздің жағдайымызда зымыранның ізіне түсу объектісінен ауытқымауы;

3) Сәйкессіздік (қате, басқару қатесі) - бұл ағымдағы күйдің тиісті күйден ауытқуы. Ізіне түсу жағдайында бұл зымыранның тірек сигналынан ауытқуы;

4) Бақылаушы – ауытқу қателігін есептеу құралы;

5) Кері байланыс – сенсорлардан түсетін сигналдар, оған назар аудара отырып, есептеу құрылғысы басқару әрекеті туралы шешім қабылдайды;

6) Реттеуші. Жүйенің негізгі элементі. Жүйе өз мақсатына қайтуы үшін не істеу керектігін «реттейді». Су төгетін резервуарда бұл – механикалық жүйе, ал жарысушы робот жағдайында бұл – PID алгоритмін орындайтын бағдарламаның бөлігі;

7) Басқару (басқару әрекеті, реттеу) – бұл жүйенің мақсатқа оралуы үшін жасайтын әрекеттері. Робототехника жағдайында бұл – робот қозғалтқыштарының жылдамдығының өзгеруі;

8) Орындаушы құрал – бұл басқару іс-әрекетін жүзеге асыратын жүйенің бір бөлігі болып табылады. Робототехника саласында не көптеген қондырғыларда бұл моторлар болып келеді.

Бірінші бөлім бойынша қорытынды

Бұл бөлімде жалпылама жүйелер орнықтылық концепциясы, Ляпунов мәніндегі орнықтылық принципі, асимптотикалық орнықтылық теориясы айқындалып, теоремалары берілді. Үздіксіз уақытты жүйелер орнықтылығы және де дискрет уақыттағы жүйелер орнықтылығының анықтамалары берілді. Зерттеу жұмысында қарастырылатын p-нормал түріндегі сызықтық емес жүйелер мен p-нормал түріндегі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелер класы үшін орнықтылық концепциясы айқындалып, Ляпунов-Красовскийдің орнықтылық теоремасы берілді. Кері байланыс әдісі арқасында жүйенің шығыс сигналын ғана пайдаланып, жүйені тұрақтандыру және жүйенің барлық күйлері белгілі болған кезде күй сигналдарын қолданып, сол жүйені тұрақтандыру алгоритмдері жасалды. Динамикалық шығыс кері байланыс көмегімен жүйені тұрақтандыру алгоритмінің тиімділігі қарапайым мысал арқылы дәлелденді. Одан әрі асимптотикалық бақылау проблемалары мен практикалық бақылау мәселелері қаралды. Қазіргі кезде заманауи техникалық жүйелерді басқаруда сызықтық емес жүйелерді басқару мәселелерін зерттеуде тиімді әдіс-тәсілдерін қолданып, нәтижеге қол жеткізу мүмкіндігі қарапайым мысал арқылы дәлелденді. Ол мысал компьютерде орындалып, құрылған бақылау өз тиімділігін көрсетті. Кері байланыс көмегімен сызықтық емес болып келген жүйені тұрақтандыру, басқару және бақылау проблемалары қарастырылды.

2 ЖОҒАРЫ РЕТТІ АНЫҚТАЛМАҒАН СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРГЕ КЕҢ АУҚЫМДЫ ПРАКТИКАЛЫҚ БАҚЫЛАУ

Бұл бөлімде осы диссертацияның негізгі нәтижелерін дәлелдеуде басты рөл атқаратын біртекті векторлық өрістер, біртектілік ұғымдарына байланысты бірқатар негізгі анықтамалар мен ұғымдар, басқару құрылымында жиі пайдаланатын бірнеше техникалық леммалар қарастырылды. Диссертациялық жұмыстың нәтижесі ретіндегі сызықтық емес жүйелер шығыс сигналын бақылау және сызықтық емес жүйелердің, уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердің күй сигналын таңдалған тірек сигнал ізіне түсіру басқаруын табудың алгоритмі ұсынылады.

2.1 Біртекті жүйелер ұғымы және негізгі математикалық леммалар

Біртекті жүйе – сызықтық емес жүйелердің жекелеген класы болып келеді және төмендегідей жақсы қасиеттерге ие:

1) локалды асимптоталық орнықтылық кең ауқымды асимптоталық орнықтылықты білдіреді [76].

2) жоғары реттілік мүшелерінің өзгерісі кезінде локалды орнықтылық өзгермейді [76].

Аталған айрықша қасиеттер біртекті жүйелер үшін оның орнықтылығын талдау синтездеуде біртекті емес жүйелермен салыстырғанда қарапайым және оңайырақ. Біртекті жүйелерге байланысты қайсыбір негізгі тұжырымдамалар [25-27,37,77,78] еңбектерде толыққанды қарастырылған.

Біртектілік концепциясы сызықтық емес болып келген жүйелердің орнықтылығын талдаудың күшті әдістемесі ретінде қолданылады. Әдебиеттерде (стандартты) біртектілік алғашқыда келесідей анықталды:

Егер $f(\varepsilon x)=\varepsilon^m f(x),\ \forall\varepsilon\in\mathbb{R}$ шартын қанағаттандыратын $m>0$ тұрақтысы табылса, онда $\dot{x}=f(x),\ f(0)=0,\ f\in C\left(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}^n\right),\ x\in\mathbb{R}^n$ уақыт бойынша инвариантты жүйенің $f(x)$ векторлық өрісі біртекті деп аталады.

Енді $x=(x_1,x_2,...,x_n)\in\mathbb{R}^n$ анықталған координата және $s>0,\ r_i>0\ (i=1,...,n)$ нақты сандар болсын. Бұдан келесі анықтамаларды аламыз:

Анықтама 2.1. $\Delta_s(x)$ кеңейтуі $\Delta_s(x)=\left(s^{r_1}x_1,...,s^{r_n}x_n\right),\ \forall s>0$ формасында анықталады. Мұндағы: r_i - координата мәндері деп аталады. Әдетте кеңейту мәндерін $\Delta=(r_1,...,r_n)$ арқылы белгілейміз.

Анықтама 2.2. Егер $\tau\in R$ нақты саны $V\left(\Delta_s(x)\right)=s^\tau V(x_1,...,x_n),\ \forall x\in R^n-\{0\}$ шартын қанағаттандыратындай етіп таңдалған болса, онда $V\in C\left(R^n,R\right)$ функциясы τ дәрежелі біртекті функция болып табылады.

Анықтама 2.3. Егер $\tau \in R$ нақты саны $f_i\left(\Delta_x(x)\right) = s^{\tau + r_i} f_i\left(x_1, ..., x_n\right), \quad \forall x \in R^n - \{0\}$, $i = 1, ..., n$ шартын қанағаттандыратындай етіп таңдалған болса, онда $f \in C\left(R^n, R^n\right)$ векторлық өрісі τ дәрежелі біртекті деп аталады.

Анықтама 2.4. Біртекті p -норма келесі түрде анықталады $\|x\|_{\Delta, p} = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^{p/r_i}\right)^{1/p}, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \ p \ge 1$.

Бұдан кейін негізгі бөлікте қолданылатын кейбір пайдалы леммаларды келтірейік:

Лемма 2.1 [77]. $\Delta = (r_1, ..., r_n)$ кеңейту салмағын ескере отырып, $V_1(x)$ және $V_2(x)$ тиісінше τ_1 және τ_2 дәрежелері біртекті деп болжаймыз. Олай болса, $V_1(x)V_2(x)$-де сол $\Delta = (r_1, ..., r_n)$ кеңейтуге қатысты біртекті. Сонымен қатар, $V_1(x)V_2(x)$-нің біртекті дәрежесі $\tau_1 + \tau_2$-ге тең.

Лемма 2.2 [77]. $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ функциясы Δ кеңейту салмағына қатысты τ дәрежелі біртекті функциясы деп болжайық:

1) $\partial V / \partial x_i$ сондай-ақ $\tau - r_i$ дәрежесі арқылы біртекті болып табылады. Мұндағы: x_i-дің біртекті салмағы r_i-ге тең.

2) Егер $V(x)$ оң анықталған болса, онда $\rho > 0$ тұрақтысы бар және ол келесіні қанағаттандырады $\rho \|x\|_{\Delta}^{\tau} \le V(x)$. Мұндағы: $\sigma > 0$ тұрақты және келесі шартты қанағаттандырады $V(x) \le \sigma \|x\|_{\Delta}^{\tau}$.

Лемма 2.3 [34]. x, y, m, n, a, b оң нақты константалары үшін келесі теңсіздік орынды:

$$ax^m y^n \le bx^{m+n} + n/(m+n)\left((m+n)/m\right)^{-(m/n)} a^{(m+n)/n} b^{-m/n} y^{m+n}$$

Лемма 2.4 [34]. x, y, m, n, a, b оң нақты константалары үшін келесі теңсіздік орынды:

$$abx^m y^n \le n/(m+n) a^{(m+n)/n} x^{m+n} + \left(n/(m+n)\right) b^{(m+n)/n} y^{m+n}$$

Лемма 2.5 [79]. x, y сандары және $p > 0$ тақ сан болсын. Келесі теңсіздік орынды:

$$-(x-y)\left(x^p - y^p\right) \le -\left((x-y)^{p+1}\right) / 2^{p-1}$$

Лемма 2.6 [79]. Кез-келген $x, y \in \mathbb{R}$ және қайсыбір тақ оң бүтін сан p үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$\left|x^p - y^p\right| \le p|x-y|\left(x^{p-1} + y^{p-1}\right)$$

Лемма 2.7 [40]. Барлық $x, y \in \mathbb{R}$ және $p \ge 1$ константасы үшін келесі теңсіздіктер орынды:

1) $|x+y|^p \le 2^{p-1}\left|x^p + y^p\right|$

2) $\left(|x|+|y|\right)^{1/p} \le |x|^{1/p}+|y|^{1/p} \le 2^{(p-1)/p}\left(|x|+|y|\right)^{1/p}$

және де, егер $p \in \mathbb{R}_{odd}^{\ge 1}$ оң тақ болса, онда

3) $|x-y|^p \le 2^{p-1}\left|x^p - y^p\right|$

4) $\left|x^{1/p} - y^{1/p}\right| \le 2^{(p-1)/p}|x-y|^{1/p}$.

Лемма 2.8 [40]. c, d - оң константалар болсын. Олай болса кез-келген нақты мәнді $\gamma(x,y) > 0$ функциясы үшін, келесі теңсіздік орынды: $|x|^c|y|^d \le \frac{c}{c+d}\gamma(x,y)|x|^{c+d} + \frac{d}{c+d}\gamma^{-c/d}(x,y)|y|^{c+d}$.

Лемма 2.9 [18]. $x \ge 0,\ y > 0$ және $m \ge 1$ кейбір нақты сандары үшін келесі теңсіздік орындалады: $x \le y + (x/m)^m\left((m-1)/y\right)^{m-1}$.

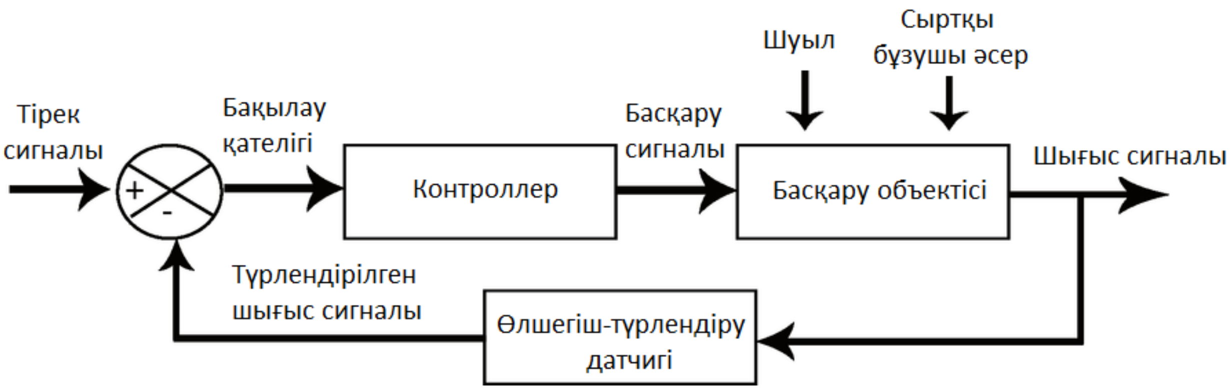
Лемма 2.10 [20]. $x, y \in R$ және $0 < p \le 1$ үшін келесі теңсіздік орындалады: $\left(|x|+|y|\right)^p \le |x|^p + |y|^p$. $p = \frac{a}{b} \le 1$ жағдайында $a > 0$ және $b > 0$ - бүтін тақ сандар $\left|x^p + y^p\right| \le 2^{1-p}|x+y|^p$.

Лемма 2.11 [21]. Егер $a \ge b \ge 1$ кейбір нақты сандары үшін $p = a/b \in R_{odd}^{\ge 1}$ болса, онда кез келген $x, y \in R$ үшін $\left|x^p - y^p\right| \le 2^{1-(1/b)}\left|\operatorname{sgn}(x)|x|^a - \operatorname{sgn}(y)|y|^a\right|^{1/b}$.

Лемма 2.12 [22]. Егер $f:[a,b] \to R(a \le b)$ монотонды біртекті және $f(a) = 0$ қанағаттандырса, онда $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \left|f(b)\right| \cdot |b-a|$.

2.2 Сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын практикалық бақылау

Жоғары ретті беймәлім сызықтық емес жүйелерді үлкен ауқымды тәжірибелік бақылау мәселесі – басқару теориясының ең бір маңызды мәселелерінің бірі. Бұл мәселелердің шешімін табу үшін соңғы жылдарда қарқынды зерттеулер орындалып келеді. Сызықтық емес түрдегі дифференциалдық теңдеулер арқылы берілген динамикалық үрдістер және де объектілер басқару объектісі ретінде саналып, олардың бақылау есептеріне жасалған әдістердің көп бөлігі Ляпуновтың тікелей әдісіне сүйеніп орындалуда. [45] еңбекте әртүрлі кластағы сызықтық емес жүйелерге әртүрлі басқару теңдеулерін құру мәселесін Ляпуновтың екінші әдісі көмегімен шешу жолы ұсынылған. Кері байланыс әдісімен шығыс сигналдарын тұрақтандырудың тиімді жолы [38-39] мақалаларда зерттеліп, ондағы жеткен нәтижелер шығыс сигналымен бақылау теңдеуін құруда [80-83] сызықтық емес болған жүйелерді кең ауқымды басқару мысалдарында қолданылды. [9] зерттеуде және монографияда [10] сызықтық және сызықтық емес түрдегі жүйелер класы үшін шығыс сигналын бақылау проблемасына қатысты басқарудағы құнды жетістіктер берілді. Келесі 2.1 суретте жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелерді кең ауқымды практикалық басқару есебінің қойылуының жалпылама сызбасы көрсетілді.

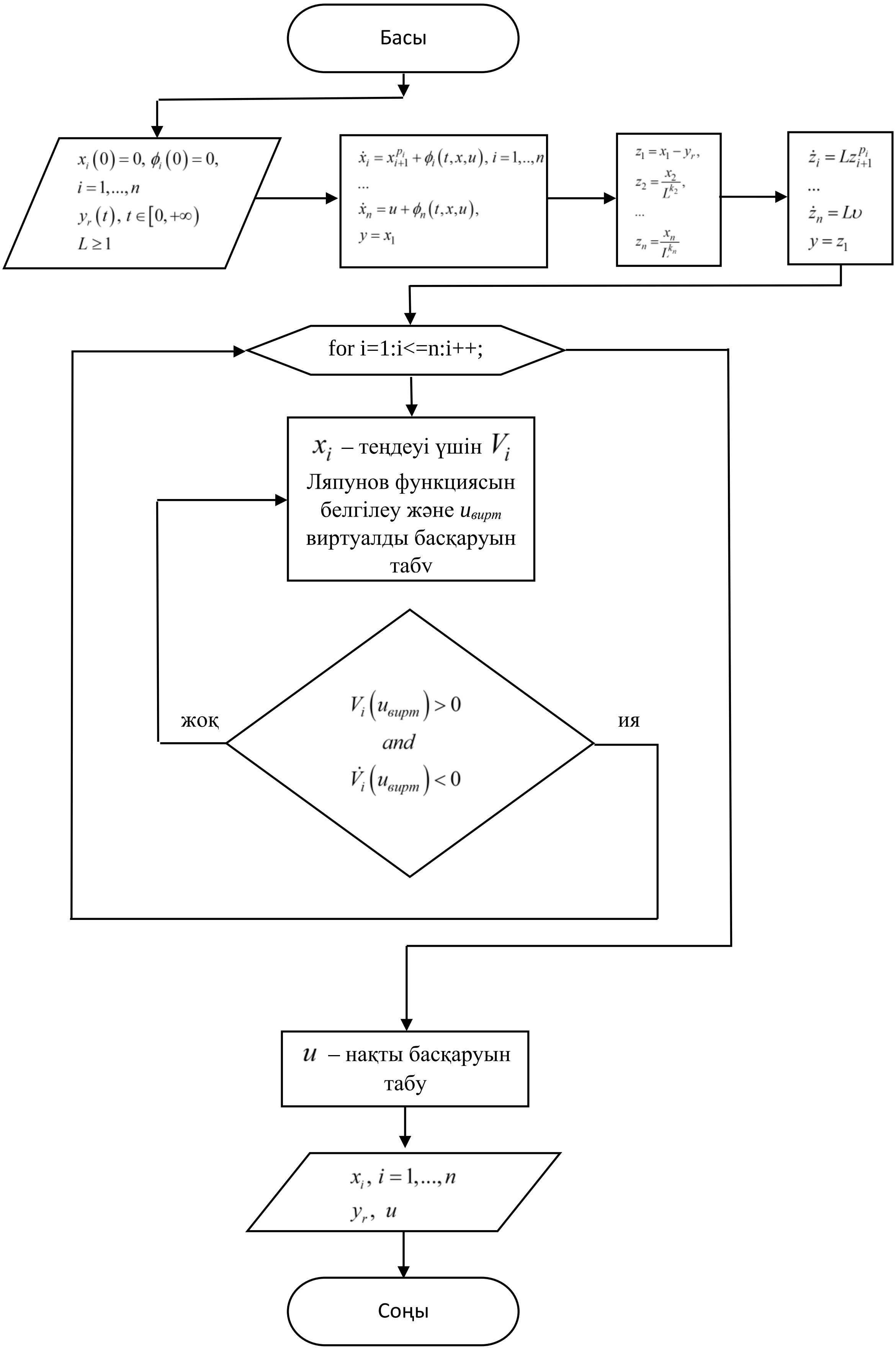


Сурет 2.1 – Кері байланыс жәрдемінде тірек сигнал ізіне түсуін басқару сызбасы

Бақылау жүйесінің негізгі элементі саналатын сәйкессіздік құралы, ол жүйенің ағымдағы күйі мен тірек сигналы ара қатынасындағы сәйкессіздікті, қателікті өлшеу үшін қолданылады. Мұнда шығыс сигналын өлшеу және түрлендіру құралымен анықтаймыз.

Өлшеу және түрлендіру датчигі сигналдарды салыстырушы құрылғы талап еткендей формаға өзгертеді. Сәйкессіздік құралы өзгерген шығыс сигналы мен тірек сигналдың арасындағы сәйкессіздікті есептейді де контроллерге жолдайды. Контроллер-компенсатор сәйкессіздікті жоюға әрекет етеді. Бұған басқару объектісіне кері әсер ететін сыртқы бұзылулар мен жүйенің бейімделуінен туындаған шуылдарды да естен шығармауымыз абзал.

Енді біз сызықтық емес түріндегі жүйелерді дәлірек айтсақ біз зерттеген *p*-нормал түрдегі сызықтық емес болған жүйелерді глобалды практикалық ізіне түсіру басқаруын табу алгоритмін төмендегі 2.2 суретте келтіреміз. Сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын бақылау және сызықтық емес жүйелердің, уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердің күй сигналын берілген тірек сигнал ізіне түсіру есептері осы берілген алгоритмге сүйеніп орындалады.



Сурет 2.2 – Сызықтық емес жүйелерді кең ауқымды практикалық бақылау басқаруын табу алгоритмінің блок-схемасы

Алгоритм сипаттамасы.

- Жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйені берілген тірек сигнал ізіне түсіретін басқаруды табу үшін ең алдымен координата түрлендіруін енгіземіз;
- Түрлендірілген жүйенің номинал бөлігін асимптотикалық тұрақтандыратын басқаруды табу керек;
- Қарастырып жатқан жүйеміздің бірінші күй теңдеуіне Ляпунов кандидат функциясын белгілеп, сол функцияның туындысын 0-ден кіші ете алатындай виртуалды басқаруды табу керек;
- Алдыңғы қадамда табылған виртуалды басқару көмегімен екінші күй теңдеуіне Ляпунов кандидат функциясын белгілеу және сол функцияның туындысын 0-ден кіші ететіндей виртуалды басқаруды табу керек;
- Осы іс-әрекетті соңғы нақты басқару қатысқан теңдеуге дейін жалғастырып, одан әрі бүтін жүйені басқаратын нақты басқаруды табу қажет;
- Табылған басқарудың көмегімен жүйенің шығыс сигналын көзделген тірек сигнал ізіне түсіру, яғни компьютерде модельдеу.

Жоғары ретті анықталмаған p-нормал түріндегі сызықтық емес жүйелерді келесі жүйе арқылы сипаттайық:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}^{p_i} + \phi_i(t,x,u),\ i=1,\dots,n-1, \\ \dot{x}_n &= u + \phi_n(t,x,u), \\ y &= x_1 - y_r. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Мұндағы: $x=(x_1,\dots,x_n)^{\mathrm{T}} \in R$ берілген жүйенің күйі, $u \in R$ басқарушы кіріс сигналы, $y \in R$ шығыс, $\phi_i(t,x,u)$ анық емес функциялар, $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \{p/q \in [0,\infty), p \geq q\}$, $i=1,\dots,n-1$, (мұндағы: p,q бүтін тақ сандар), жүйенің жоғары реттілігін көрсетеді, $p_n = 1$ деп аламыз (бұл шектеу болып табылмайды, $p_n \neq 1$ үшін $v := u^{p_n}$ дей аламыз) және y_r – тірек сигнал. Ізіне түсу мәселесінде тірек сигнал $y_r(t)$, $t \in [0,\infty)$, және тірек сигнал туындылары белгілі, алайда біз қарастырған жағдайда x_1 шығыс пен y_r арасындағы $y = x_1 - y_r$ ауытқуды ғана өлшеуге болады деп есептеледі. Олай болса, тек y-ті компенсаторды жобалау кезінде қолдануға болады. Алайда біздің бақылау қарапайым жағдайдан тұратындығы анық, өйткені y_r белгілі, x_1-ді $x_1 = y - y_r$ арқылы өрнектеуге болады. Осыған қосымша: кейбір практикалық бақылау бағдарламаларында қателік $y = x_1 - y_r$ тек информация саналып, міндетті түрде есептелуге жатады. Мысалы, ракетаны нысанға бағыттау жүйесінде борттық радар қозғалып бара жатқан нысанның абсолютті орнын, яғни y_r сигналының позициясын өлшеудің орнына ракета мен қозғалыстағы нысан арасындағы айырмашылықты/қателікті өлшеуді жалғастырып отырады [35]. Басқаша айтатын болсақ, тек қателік сигналын ғана алу басқару құрылымын жеңілдетеді, өйткені басқару құрылымы жіті бақылануы қажет сигналдан тәуелсіз болып табылады. Осылайша, біздің зерттеуімізде қарастырылған басқару түрлі тірек сигналдарына жақсы бейімделген болып саналады.

Сызықтық емес $\phi_i(\cdot)$ функцияның анықталмаған мүшесі келесі шартты қанағаттандыруды талап етеді:

$$\left|\phi_i(t,z,u)\right| \le C\left(\left|x_1\right|^{(r_i+\tau)/r_i} + \ldots + \left|x_i\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right) + C. \tag{2.2}$$

Мұндағы $C>0$, $\tau>0$ немесе $\left(-2/\left(p_1 p_2 \ldots p_{n-1}(2n+1)\right)\right)<\tau<0$ тұрақтылар және r_i келесі түрде анықталады: $r_1=1,\, r_{i+1}p_i = r_i+\tau>0,\, i=1,\ldots,n.$ Дегенмен, практикалық және теориялық тұрғыдан алғанда, мұндай шектеуді қанағаттандыратын (2.1) жүйе талап етілетіні әлі де шектеулі. Шектеуді көрсету үшін келесі қарапайым жүйені қарастырайық:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 + x_1^{3/5} \\
\dot{x}_2 &= u \\
y &= x_1 - y_r.
\end{aligned}$$

Мұнда: $p_1=p_2=1,\ \phi_1 = x_1^{3/5}$ және $\phi_2=0$. Берілген қарапайым жүйе үшін, [38,39], [84] және [85] еңбектерде шығыс сигналын бақылайтын контроллерге әкелуі мүмкін емес, себебі $x_1^{3/5}$ төменгі дәрежелі мүшенің болуы өсу жағдайын қанағаттандырмайды. Бұдан келесі сұрақтар туындауы анық:

1) (2.2)-дегі τ-ға қатысты сызықтық емес өсу шартын одан әрі әлсірету мүмкін бе?

2) Әлсіз жорамал арқылы (2.1) жүйе үшін шығыс кері байланыспен шығыс сигналы бақылайтын контроллерді қалай жобалауға/құруға болады?

Осы тарауда біртекті үстемдік және сигнум функциясы біріккен әдісін енгізу арқылы біз жоғарыда аталған проблемаларды шешуге тырысамыз.

Белгілеулер: R^n нақты n-өлшемді кеңістікті білдіреді және $R^+ := [0,\infty)$. Кез келген $x=(x_1,\ldots,x_n)^T \in R^n$ вектор үшін $\bar{x}_i := (x_1,\ldots,x_i)^T \in R^i,\ i=1,\ldots,n,\ \|x\| := \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{1/2}$ екендігін білдіреді. Сигнум функция $\operatorname{sgn}(x)$ келесіше анықталады: егер $x>0$ болса, онда $\operatorname{sgn}(x)=1$, егер $x=0$ болса, онда $\operatorname{sgn}(x)=0$, егер $x<0$ болса, онда $\operatorname{sgn}(x)=-1$. Кез келген $\alpha\in R^+$ және $x\in R$ үшін $[x]^\alpha$ функциясы $[x]^\alpha = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha$ деп анықталады. Егер қайсыбір туындылары k, $1\le k\le\infty$ дәрежесіне дейін үздіксіз болса, онда $f: R^n \to R$ функциясы C^k-функциясы деп аталады.

Шығыс кері байланыс арқылы кең ауқымды практикалық бақылау проблемасы: (2.1) жүйені қарастырайық, мұнда: $y_r(t)$ тірек сигналы уақыт бойынша өзгеретін C^1 функциясы $[0,\infty)$ аралағында шектелген болсын. Кез келген берілген $\varepsilon > 0$ үшін келесі құрылымға ие шығыс сигналын бақылау контроллерін құрамыз:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \alpha(\zeta, y),\ \zeta(0) \in R^{n-1} \\ u = \beta(\zeta, y). \end{cases} \tag{2.3}$$

Мұндағы: α, β қайсыбір тегіс функциялар келесі шарттарды қанағаттандырады:

1) (2.1) жабық тұйықталған жүйенің $\left[x(t), \zeta(t)\right] \in R^{2n-1}$ барлық күйлері және (2.3) шығыс контроллерінің күйлері $[0,\infty)$ аралығында анықталған және кең ауқымды шектелген.

2) $\left[x(0), \zeta(0)\right]$ алғашқы күй мен ε -ға тәуелді шекті уақыт $T := T\left(\varepsilon, x(0),\ \zeta(0)\right) > 0$ бар және (2.1) тұйық жүйе мен (2.3) контроллер келесі шартты қанағаттандырады:

$$\left|y(t)\right| = \left|x_1(t) - y_r(t)\right| < \varepsilon, \quad \forall t \ge T \ge 0 \tag{2.4}$$

Шығыс сигналын глобалды практикалық бақылау проблемасын шешу үшін біз мынадай болжамдар жасадық:

Болжам 2.1. $i = 1, \ldots, n$ үшін $C_1,\ C_2$ тұрақтылары және $\tau \ge -\left(1 \big/ \sum_{l=1}^{n} p_1 \cdots p_{l-1}\right)$ келесі түрде бар болады:

$$\left|\phi_i(t, x, u)\right| \le C_1\left(\left|x_1\right|^{(r_i+\tau)/r_i} + \cdots + \left|x_i\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right) + C_2. \tag{2.5}$$

Мұндағы:

$$r_1 = 1, \quad r_{i+1} = \left(r_i + \tau\right) \big/ p_i > 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.6}$$

және l = 1 жағдай үшін $\sum_{l=1}^{n} p_1 \cdots p_{l-1} = 1$.

Ескерту 2.1. Сызықтық емес өсу шарттарын беретін 2.1 болжам, алдын қол жеткізген нәтижелердегі және [85] еңбектегі нәтижелерден тұрады, яғни, $\tau \ge 0$ шартында ол [38,39] және [84,85] шарттарымен теңеседі. τ мүшесі $\tau \in \left[-1 \big/ \sum_{l=1}^{n} p_1 \cdots p_{l-1}, 0\right]$ тақ сандардың коэффициенттері болып келсе, ол [84] еңбекте қолданылған жағдаймен теңеседі. Ол бойынша, берілген жүйе аз шектелген және жүйенің неғұрлым кеңірек тобына қолдануға мүмкіндік береді.

Болжам 2.2. $y_r(t)$ тірек сигналы үздіксіз дифференциалданады, сонымен қатар, белгілі бір тұрақты $D > 0$ бар болып, келесі теңсіздікті қанағаттандырады:

$$\left|y_r(t)\right| + \left|\dot{y}_r(t)\right| \le D,\ \forall t \in [0,\infty)$$

Теорема 2.1. 2.1-2.2 болжамдарға сай (2.1) жүйенің кең ауқымды практикалық шығыс сигналын бақылау проблемасы (2.3) түрдегі шығыс контроллері арқылы шешімге ие.

Дәлелдеу. Әрі қарай біртекті үстемдік әдісті қолдану нәтижесінде шығыс сигналын бақылау мәселесін шешуге талпынамыз. Контроллер құрылымын жобалаудан алдын келесі жаңа координаталық түрлендіру енгіземіз:

$$\begin{aligned} &\kappa_1 = 0,\ \kappa_i = (\kappa_{i-1}+1)/p_{i-1},\ \ i = 2,...,n \\ &z_1 := y,\ z_i := x_i/M^{\kappa_i},\ i = 2,...,n,\ \ v := u/M^{\kappa_n+1}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Мұндағы: $M \ge 1$ - еркін параметр. Онда (2.1) жүйені жаңа айнымалылар z_i арқылы төмендегідей сипаттаймыз:

$$\begin{aligned} &\dot{z}_i = Mz_{i+1}^{p_i} + \psi_i(t,z,v),\ \ i = 1,...,n-1, \\ &\dot{z}_n = Mv + \psi_n(t,z,v),\quad y = z_1. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Мұндағы:

$$\begin{aligned} &\psi_1(t,z,v) := \phi_1(t,x,u) - \dot{y}_r, \\ &\psi_i(t,z,v) := \frac{\phi_i(t,x,u)}{M^{\kappa_i}},\ i = 2,...,n. \end{aligned}$$

Енді, $r_j = (\tau\kappa_j + 1)/p_1...p_{j-1}$ қатынасын қолданып, келесі теңсіздікті аламыз: $j = 2,...,i,\ i = 1,...,n$ үшін

$$\kappa_j \frac{r_{i+1}p_i}{r_j} - \kappa_i \begin{cases} \le \tau\kappa_j \Big/ \left(\tau\kappa_j + \left(1/p_1...p_{j-1}\right)\right),\ \tau \ge 0 \\[2ex] \le \dfrac{\tau\kappa_j + \kappa_j \dfrac{1}{p_1 \cdots p_{i-1}} - \kappa_i \dfrac{1}{p_1 \cdots p_{j-1}}}{\dfrac{\tau\sum_{l=1}^{j} p_1...p_{l-2} + 1}{p_1...p_{j-1}}},\ 0 > \tau > -\dfrac{1}{\sum\limits_{l=1}^{n} p_1 \cdots p_{l-1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \le 1,\ \tau \ge 0 \\ \le 0,\ 0 > \tau > -1\Big/\sum\limits_{l=1}^{n} p_1...p_{l-1} \end{cases}$$

Бұл дегеніміз қайсібір $0 < v_i < 1$ үшін $M^{\kappa_i(r_i+\tau)/(r_i-\kappa_i)} \le M^{1-v_i}$ білдіреді. Әрі қарай, 2.1 болжамды және осы бөлімдегі 2.7-2.12 леммаларды қолданып, $M \ge 1$ және жоғарыда берілген фактілерден келесі теңсіздіктерді алуға болады:

$$\left|\psi_1(t,z,v)\right| \le \bar{C}_1 |z_1|^{r_1+\tau/r_1} + \bar{C}_2$$

$$\left|\psi_i(t,z,v)\right| \le \bar{C}_1 \sum_{j=1}^{i} M^{\frac{\kappa_j(r_i+\tau)}{r_j-\kappa_i}} \left|z_j(t)\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}} + \frac{C_2}{M^{\kappa_i}} \le \bar{C}_1 M^{1-v_i} \sum_{j=1}^{i} \left|z_j(t)\right|^{\frac{r_i+\tau}{r_j}} + \frac{\bar{C}_2}{M^{\kappa_i}}. \tag{2.9}$$

Мұндағы: $i = 2,...,n, \quad \bar{C}_1, \bar{C}_2 \ge 0, \quad v_i > 0$ қайсыбір тұрақтылар.

Сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын практикалық бақылау алгоритмі және математикалық моделі:

1-қадам. Біз алдымен номиналды сызықтық емес (2.8) жүйе үшін күй кері байланыс контроллерін құрамыз:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= M z_2^{p_i},\ i = 1,...,n-1 \\ \dot{z}_n &= M v^{p_n} \\ y &= z_1. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Мұндағы: $i = 1,...,n-1$ үшін $p_i \in R_{odd}^{\ge 1}$. [86] зерттеуге сәйкес күй кері байланыс контроллерінің кең ауқымды тұрақтандырушы жүйесін келесі түрдегі басқару арқылы қалыптастыра аламыз және бұл нәтижелер [87,88] еңбектерге негіз болды:

$$v(z) = -\beta_n^{r_{n+1}/\mu} \left[\xi_n\right]^{r_{n+1}/\mu} = -\left[\sum_{i=1}^{n} \bar{\beta}_i \left[z_i\right]^{\mu/r_i}\right]^{r_{n+1}/\mu}. \tag{2.11}$$

Мұндағы: $\mu \in R_{odd}$ келесі түрде анықталады: $\mu \ge \max_{1\le i\le n}\{1, \tau + r_i\}$, $\bar{\beta}_i = \beta_n \cdots \beta_i > 0 \ (i = 1,...,n)$- контроллер параметрлері және ξ_n келесі түрде рекурсивті анықталады:

$$\begin{aligned} z_1^* &= 0, & \xi_1 &= \left[z_1\right]^{\mu/r_1} - \left[z_1^*\right]^{\mu/r_1} \\ z_2^* &= -\beta_1^{r_2/\mu}\left[\xi_1\right]^{r_2/\mu}, & \xi_2 &= \left[z_2\right]^{\mu/r_2} - \left[z_2^*\right]^{\mu/r_2} \\ z_i^* &= -\beta_{i-1}^{r_i/\mu}\left[\xi_{i-1}\right]^{r_i/\mu}, & \xi_i &= \left[z_i\right]^{\mu/r_i} - \left[z_i^*\right]^{\mu/r_i} \end{aligned} \tag{2.12}$$

Әрі қарай, (2.10) жүйе үшін біртекті бақылаушыны $\hat{z}=\left[\hat{z}_1,\hat{z}_2,...\hat{z}_n\right]^T\in R^n$ құруға болады:

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_2&=-ML_1\hat{z}_2^{p_1},\quad \hat{z}_2=\left[\eta_2+L_1z_1\right]^{r_2/r_1}\\ \dot{\eta}_i&=-ML_{i-1}\hat{z}_i^{p_{i-1}},\ \hat{z}_i=\left[\eta_i+L_{i-1}z_{i-1}\right]^{r_i/r_{i-1}},\ i=3,...,n.\end{aligned}\tag{2.13}$$

Мұндағы: $\hat{z}_1=z_1=y$ және $L_s>0\left(s=1,...,n-1\right)$ - еркін параметр. Бұдан, эквиваленттілік принципіне сай (2.11)-дегі z_i -ді $\hat{z}_i$ -ге өзгерте аламыз және шығыс кері байланыс контроллерін аламыз:

$$v\left(\hat{z}\right)=-\beta_n^{r_{n+1}/\mu}\left[\xi_n\right]^{r_{n+1}/\mu}=-\left[\sum_{i=1}^{n}\bar{\beta}_i\left[\hat{z}_i\right]^{\frac{\mu}{r_i}}\right]^{r_{n+1}/\mu}.\tag{2.14}$$

Мұндағы: $\hat{z}_1=z_1$ және $\hat{z}=\left[\hat{z}_1,\hat{z}_2,...\hat{z}_n\right]^T$.

Бұдан, келесіні анықтаймыз:

$$\begin{aligned}Z&=\left[z_1,...,z_n,\eta_2,...,\eta_n\right]^{\mathrm{T}}\\ F\left(Z\right)&:=\left[z_2^{p_1},...,z_n^{p_{n-1}},v\left(z_1,\eta_2,...,\eta_n\right),f_{n+1},...,f_{2n-1}\right]^{\mathrm{T}}.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Мұндағы: $f_{n+1}:=\dot{\eta}_2,\ f_{n+2}:=\dot{\eta}_3,...,\ f_{2n-1}:=\dot{\eta}_n$.

Бұдан әрі, (2.14) шығыс кері байланыс контроллерімен (2.10) тұйық жүйесін келесі шағын түрде қайта жазуға болады:

$$\dot{Z}=F\left(Z\right)=\left[z_2^{p_1},...,z_n^{p_{n-1}},v\left(z_1,\eta_2,...,\eta_n\right),f_{n+1},...,f_{2n-1}\right]^{\mathrm{T}}\tag{2.16}$$

Сонымен бірге, $F\left(Z\right)$ біртекті τ дәрежелі кеңейту салмағы екендігін тексеруге болады:

$$\Delta=\left[R_1,R_2,...,R_{2n-1}\right]=\left[\underbrace{r_1,r_2,...,r_n}_{z_1,...,z_n},\quad \underbrace{r_1,r_2,...,r_{n-1}}_{\eta_2,...,\eta_n}\right]\tag{2.17}$$

Аксиома 2.1. Еркін параметр $L_i>0,\ i=1,..,n-1$ және контроллер параметрлері $\beta_1,...,\beta_n>0$ рекурсивті анықталуы мүмкін. Яғни (2.10) тұйық жүйе (2.14)-пен $V\left(Z\right)$ Ляпунов кандидат функциясын (2.15) жүйе үшін төмендегідей түрде қабылдайды:

1) $V\left(Z\right)$ оң анықталған және Z -ке тиісті анықталады;

2) $V(Z)$- $2\mu-\tau$ біртекті дәрежелі (2.17) кеңейтумен;

3) $V(Z)$ туындысы (2.10) - (2.13) - (2.14)-пен бірге келесіні қанағаттандырады: $\left(\partial V(Z)/\partial Z\right)F(Z)\le-\gamma\|Z\|_{\Delta}^{2\mu}$. Мұндағы: $\gamma>0$ - тұрақты, $\|Z\|_{\Delta}=\sqrt{\sum_{i=1}^{2n-1}|Z_i|^{2/r_i}}$ және

$$V=V_n+\sum_{i=2}^{n}U_i=\sum_{i=1}^{n}\int_{z_i^*}^{z_i}\left[S^{\frac{\mu}{r_i}}-\left[z_i^*\right]^{\frac{\mu}{r_i}}\right]^{\frac{2\mu-\tau-r_i}{\mu}}ds+\sum_{i=2}^{n}\int_{\left[\gamma_i\right]^{\frac{2\mu-\tau-r_{i-1}}{r_{i-1}}}}^{\left[z_i\right]^{\frac{2\mu-\tau-r_{i-1}}{r_1}}}\left[S^{\frac{r_{i-1}}{2\mu-\tau-r_{i-1}}}-\gamma_i\right]ds,$$

$\gamma_i=\eta_i+L_{i-1}z_{i-1}$.

2-қадам. Әрі қарай, (2.1) жүйе үшін практикалық бақылау шығыс контроллері 1-қадамдағы нәтижемен «компенсатор-контроллер» біріккен әдісі көмегімен құрылады.

(2.7) және (2.8) белгілеулерді қолданып, (2.14) бірге (2.8) тұйық жүйені келесі шағын түрде жазуға болатындығы айқын:

$$\dot{Z}=MF(Z)+\left[\psi_1(\cdot),\psi_2(\cdot),\psi_3(\cdot),...,\psi_n(\cdot),0,...,0\right]^{\mathrm{T}}. \qquad (2.18)$$

Енді 2.1 аксиомадан сәйкес келетін еркін параметрлер $L_i>0,\ i=1,..,n-1$ және басқару коэффициенттері $\beta_i>0\ (i=1,..,n)$ бар екендігін көреміз. Бұл коэффициенттер $2\mu-\tau$ біртекті дәрежелі $V(Z)$ Ляпуновтың тікелей функциясы келесіні қанағаттандырады: $\left(\partial V(Z)/\partial Z\right)F(Z)\le-\gamma\|Z\|_{\Delta}^{2\mu},\quad \gamma>0$

Сәйкесінше (2.18) траектория бойынша уақытқа қатысты туынды $V(Z)$ келесіні қанағаттандырады: $\dot{V}(Z)\le-M\gamma\|Z\|_{\Delta}^{2\mu}+\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\partial V(Z)\right)/\partial Z_i\right)\psi_i(\cdot)$

Әрі қарай, (2.9) қолданып:

$$\dot{V}(Z)\le-M\gamma\|Z\|_{\Delta}^{2\mu}+\bar{C}_1\sum_{i=1}^{n}M^{1-\nu_i}\left|\frac{\partial V(Z)}{\partial Z_i}\right|\left[|z_1|^{\frac{r_i+\tau}{r_1}}+|z_2|^{\frac{r_i+\tau}{r_2}}+...+|z_i|^{\frac{r_i+\tau}{r_i}}\right]+ \qquad (2.19)$$
$$\bar{C}_2\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{M^{\kappa_i}}\left|\frac{\partial V(Z)}{\partial Z_i}\right|$$

ие боламыз.

Осы бөлімде берілген 2.2 лемма және 2.1 аксиомадан $\partial V(Z)/\partial Z_i$ бұл $2\mu-\tau-r_i$ дің біртекті дәрежесі

$$\partial V(Z)/\partial Z_i\left(|z_1|^{r_i+\tau/r_1}+\ldots+|z_i|^{r_i+\tau/r_i}\right) \tag{2.20}$$

2μ-дің біртекті дәрежесі болып табылады және осы бөлімде берілген 2.1-2.2 леммаларға сүйенсек, әрбір $i=1,..,n$ үшін $\lambda_i>0$ тұрақтысы келесі түрде бар болады:

$$\partial V(Z)/\partial Z_i\left(|z_1|^{r_i+\tau/r_1}+\ldots+|z_i|^{r_i+\tau/r_i}\right)\le \lambda_i\|Z\|_\Delta^{2\mu}. \tag{2.21}$$

Сонымен бірге, осы бөлімде берілген 2.1 лемма және 2.8 леммаға сай $a_1,\bar{a}_2,\tilde{a}_2$ оң тұрақтылары бар екендігі белгілі. Енді (2.21) алмастырудан және (2.20)-дан келесіні аламыз:

$$\begin{aligned}\dot{V}(Z)&\le -M\left(\frac{\gamma}{2}-\bar{C}_1\sum_{i=1}^{n}\lambda_i M^{-\nu_i}-(n-1)M^{-1}\right)\|Z\|_\Delta^{2\mu}+a_2\left(M^{-\frac{2\mu-\tau-r_i}{\tau+r_1}}\right)= \\ &-M\left(\frac{\gamma}{2}-G_1(M)\right)\|Z\|_\Delta^{2\mu}+G_2(M).\end{aligned} \tag{2.22}$$

Мұндағы: $a_2=\max(\bar{a}_2,\tilde{a}_2)$,

$$\begin{aligned}G_1(M)&=\bar{C}_1\sum_{i=1}^{n}\lambda_i M^{-\nu_i}+(n-1)M^{-1}\\ G_2(M)&=a_2\left(M^{-(2\mu-\tau-r_1)/(\tau+r_1)}+\sum_{i=2}^{n}M^{-(2\mu\kappa_i)/(\tau+r_i)}\right)\end{aligned} \tag{2.23}$$

M артқан сайын бұл екеуі де оң және монотонды нөлге дейін азаяды.

Әрі қарай, (2.22)-ден (2.1) жүйенің практикалық бақылауды қамтамасыз ететін еркін параметр $M\ge 1$ бар екендігін білдіреді. $V(Z)$ оң анықталған және $2\mu-\tau$-нің біртекті дәрежесі, 2.2 леммадан екі тұрақты бар екені $\sigma_2\ge\sigma_1>0$ белгілі және олар келесіні қанағаттандырады:

$$\sigma_1\|Z\|_\Delta^{2\mu-\tau}\le V(Z)\le\sigma_2\|Z\|_\Delta^{2\mu-\tau} \tag{2.24}$$

Бұдан, келесі анықталады: $\mathfrak{M}=\left\{M\ge 1\middle|(\gamma/2)-G_1(M)>0\right\}$ және кез келген $M\in\mathfrak{M}$ аламыз. Одан (2.24) бірге (2.22) келесі теңсіздікке алып келеді:

$$\dot{V}(Z)\le-\kappa(M)V(Z)^{2\mu/(2\mu-\tau)}+G_2(M). \tag{2.25}$$

Мұндағы:

$$\kappa(M)=\left(\gamma/2+G_1(M)\right)\sigma_2^{-2\mu/(2\mu-\tau)}>0. \tag{2.26}$$

$M\to\infty$ ұмтылғанда $\kappa(M)>0$ монотонды $\gamma\sigma_2^{-2\mu/(2\mu-\tau)}>0$ - ға дейін өсетін болады және $M\to\infty$ ұмтылғанда, $G_2(M)$ монотонды нөлге ұмтылады, осыдан $\varepsilon>0$ үшін $M\in\mathfrak{M}$-ді едәуір үлкен етіп алу арқылы келесіні қанағаттандырамыз: $\sigma_1^{-2\mu/(2\mu-\tau)}\left(\left(2G_2(M)\right)/\kappa(M)\right)^{1/(2\mu)}<\varepsilon$.

Әрі қарай, ішкі жиынды енгіземіз:

$$\Omega=\left\{Z\in\mathbb{R}^{2n-1}\middle|V(Z)\geq\left(2G_2(M)/\kappa(M)\right)^{(2\mu-\tau)/2\mu}\right\}\subset R^{2n-1}. \tag{2.27}$$

Мұндағы: $Z(t)$ – (2.18) жүйедегі $Z(0)$ алғашқы күйдегі траектория. Қайсы бір $t\in[0,\infty)$ үшін $Z(t)\in\Omega$ деп болжаймыз. Сонда (2.25)-ден келесіні аламыз:

$$\dot{V}(Z(t))\leq-\kappa(M)V(Z(t))^{2\mu/(2\mu-\tau)}+G_2(M)\leq-G_2(M)<0 \tag{2.28}$$

$Z(t)\in\Omega$ үшін $V(Z(t))$ уақыт t бойынша қатаң кемімелі, одан шығатын қорытынды $Z(t)$ шамасы $T\geq0$ шекті уақытта $R^{2n-1}-\Omega$ жиынына кіруі керек және сол жиында үнемі қалуы шарт. Сондықтан да келесі қатынасты түзуге болады:

$$\begin{aligned}&V(Z(t))-V(Z(0))=\int_0^t\dot{V}(Z(t))dt<0, \quad t\in[0,\infty)\\&V(Z(t))<\left(2G_2(M)/\kappa(M)\right)^{(2\mu-\tau)/2\mu}, \quad t\in[T,\infty)\end{aligned} \tag{2.29}$$

Бұл қатынас (2.23)-бен бірге $i=1,..,2n-1$ үшін төмендегіні береді, мұндағы: $t\in[T,\infty)$:

$$\begin{aligned}&|Z_i(t)|\leq\|Z(t)\|_\Delta^{r_i}\leq\left(V(Z(t))/\sigma_1\right)^{r_i/(2\mu-\tau)}\leq\sigma_1^{-r_i/(2\mu-\tau)}V(Z(0))^{r_i/(2\mu-\tau)}\\&|Z_i(t)|\leq\|Z(t)\|_\Delta^{r_i}\leq\left(V(Z(t))/\sigma_1\right)^{r_i/(2\mu-\tau)}\leq\sigma_1^{-r_i/(2\mu-\tau)}\left(2G_2(M)/\kappa(M)\right)^{r_i/2\mu}\end{aligned} \tag{2.30}$$

Олай болса (2.18) жүйенің $Z(t)$ шешімі $[0,+\infty)$ аралығында анықталған және кең ауқымды шектелген.

Әрі қарай, келесіні дәлелдейміз:

$$|y(t)| = |x_1(t) - y_r(t)| < \varepsilon, \ \forall t \geq T > 0 \tag{2.31}$$

(2.23), (2.28) және (2.26) формулалардан мұны келесі түрде көрсетуге болады:

$$\begin{gathered} |y(t)| = |x_1(t) - y_r(t)| = |z_1(t)| \leq \|Z(t)\|_\Delta \leq \\ \left(V(Z(t))/\sigma_1\right)^{1/(2\mu-\tau)} \leq \sigma_1^{-1/(2\mu-\tau)}\left(2G_2(M)/\kappa(M)\right)^{1/(2\mu)} < \varepsilon \end{gathered} \tag{2.32}$$

Қорыта келе, $M \in \mathfrak{M}$ $\varepsilon > 0$-нан тәуелділігінен, $T > 0$ шекті уақыт та $\varepsilon > 0$ -ға тәуелді. Әрі қарай, $T > 0$ шамасы (2.18) әрбір траекториясына тәуелді немесе (2.18)-дегі $Z(0)$ -дің әрбір алғашқы күйіне тәуелді. Сондықтан да (2.30)-ды қанағаттандыратын $T > 0$ шекті уақыты $\varepsilon > 0$ шамасына да және $Z(0)$ шамасына да тәуелді, өйткені, $T := T(\varepsilon, x(0), \zeta(0))$. Осы дәлелдер 2.1 теореманы дәлелдеуді аяқтайды.

Диссертациялық жұмыс нәтижесінде құрылған бағдарламалық кешеннің алғашқы есебі сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналын практикалық бақылау проблемасына арналады.

Компьютерде модельдеу. Келесі түрдегі сызықтық емес жүйені қарастырайық:

$$\begin{gathered} \dot{x}_1 = x_2^3 + \frac{x_2^3}{3\left(1 + x_2^2\right)}, \\ \dot{x}_2 = x_3 + \frac{1}{4}\left(x_2^{1/3} \sin x_1^2 + x_2^3\right), \\ \dot{x}_3 = u + \frac{1}{7}x_3, \\ y = x_1 - y_r. \end{gathered} \tag{2.33}$$

Мұнда: $p_1 = 3,\ p_2 = 1,\ p_3 = 1$ және $y_r(t) = (\sin(t))^3$.

Жоғарыдағы мысалды программада берілген төрт тірек сигнал ізіне түсіруді жүзеге асыру алгоритмнің қысқартылған коды:

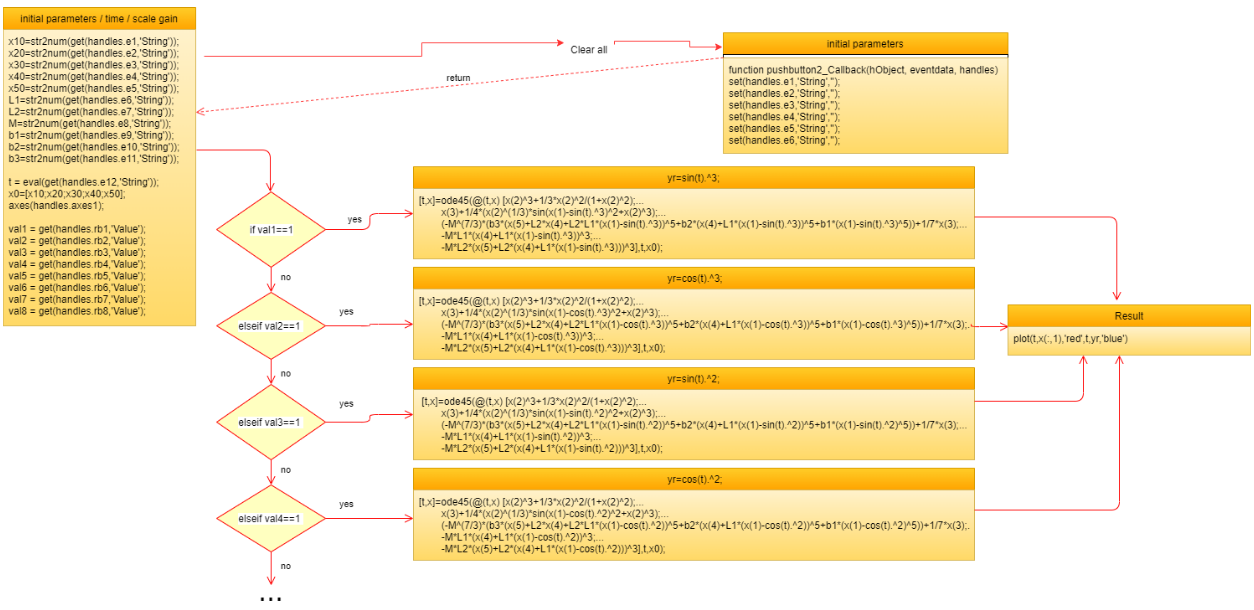
```
if (val1==1) && (val5==1)
   {
yr=(sin(t))^3 %val1==1 және val5==1 болғанда yr мәні (sin(t))^3 тең
runge_kutta(xdot1, xdot2, xdot3, xdot4, xdot5, u, yr, t0_tfinal, x_initial);
   }
else if (val2==1) && (val5==1)
   {
yr=(cos(t))^3 %val2==1 және val5==1 болғанда yr мәні (cos(t))^3 тең
runge_kutta(xdot1, xdot2, xdot3, xdot4, xdot5, u, yr, t0_tfinal, x_initial);
   }
```

```
else if (val3==1) && (val5==1)
   {
yr=(sin(t))^2 %val3==1 және val5==1 болғанда yr мәні (sin(t))^2 тең
runge_kutta(xdot1, xdot2, xdot3, xdot4, xdot5, u, yr, t0_tfinal, x_initial);
   }
else if (val4==1) && (val5==1)
   {
yr=(cos(t))^2 %val1==1 және val5==1 болғанда yr мәні (cos(t))^2 тең
runge_kutta(xdot1, xdot2, xdot3, xdot4, xdot5, u, yr, t0_tfinal, x_initial);
   }
```

Алгоритм сипаттамасы. Басқарудың мақсаты $x_1(t)$ күйін жалғыз $y(t)$ сигналын қолданып, динамикалық $y_r(t)$ тірек сигнал соңына түсуге мәжбүрлеу. Аталған соңына түсу проблемасында $y_r(t)$ анықталған болуы шарт емес болып табылады. Жоғарыда берілген жүйенің линеризацияланған жүйесі $x=0$ шартында орнықты емес және анықталмайды. Мұндағы:

- if (val1==1) && (val5==1) - тірек сигнал ретінде (sin(t))^3 алғанда, біз қарастырған жүйе теңдеулерін және басқарушы теңдеуді Рунге-Кутта әдісімен есептеп, сандық мәлімет алу. Сәйкесінше val1 мәніне бағдарламалық кешенде (sin(t))^3 сәйкес келеді. ode45 (псевдокодта runge_kutta) 4-ші және 5-ші ретті бірсатылы айқын Рунге-Кутта әдістерімен есептеу жүргізіледі.
- elseif (val2==1) && (val5==1) - Тірек сигнал мәні (cos(t))^3 болғанда, берілген жүйені Рунге-Кутта әдісімен есептеу;
- elseif (val3==1) && (val5==1) - Тірек сигнал мәні (sin(t))^2 болғанда, берілген жүйені Рунге-Кутта әдісімен есептеу;
- elseif (val4==1) && (val5==1) - Тірек сигнал мәні (cos(t))^2 болғанда, берілген жүйені Рунге-Кутта әдісімен есептеу.

Төменде берілген 2.3 суретте алгоритмнің жұмыс істеу сызбасы келтірілді:



Сурет 2.3 – Алгоритмнің жұмыс істеу сызбасы

Компьютерлік модельдеу процесіндегі анық емес функциялар келесі түрде бағаланды:

$$\left|\phi_1\left(t,x,u\right)\right| = \frac{1}{3}\left|\frac{x_2^2}{1+x_2^2}\right| \le \frac{1}{3}\left|x_1\right|^3 + \frac{1}{3}$$

$$\left|\phi_2\left(t,x,u\right)\right| = \left|\frac{1}{4}\left(x_2^{\frac{1}{3}}\sin x_1^2 + x_2^3\right)\right| \le \frac{1}{4}\left(\left|x_2\right|^{\frac{1}{3}} x_1^2 + \left|x_2\right|^3\right) \le \frac{11}{20}\left(\left|x_1\right|^3 + \left|x_2\right|^3\right) + \frac{28}{45}$$

$$\left|\phi_3\left(t,x,u\right)\right| = \left|\frac{1}{7}x_3\right| \le \frac{1}{35}\left(\left|x_1\right|^5 + \left|x_2\right|^5 + \left|x_3\right|^5\right) + \frac{8}{35}$$

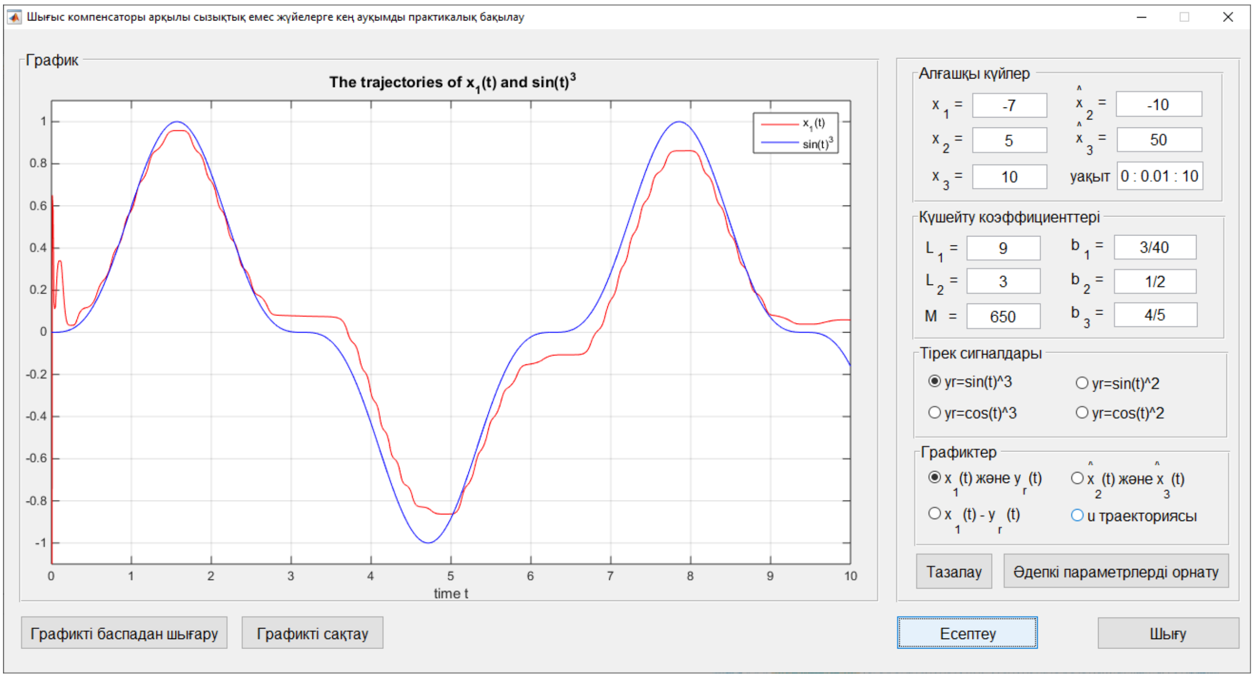
яғни, $C_1 = 11/20$ және $C_2 = 28/45$ тең. Бұл дегеніміз 2.1 болжамды қанағаттандырады. 2.2 болжам біздегі тірек сигналын қанағаттандырады. Теореманың дәлелдеулерінен шығыс контроллер құрылымын келесі түрде табамыз:

$$\dot{\hat{x}}_2 = -ML_1\left(\hat{x}_2 + L_1\left(x_1 - y_r\right)\right)^3$$

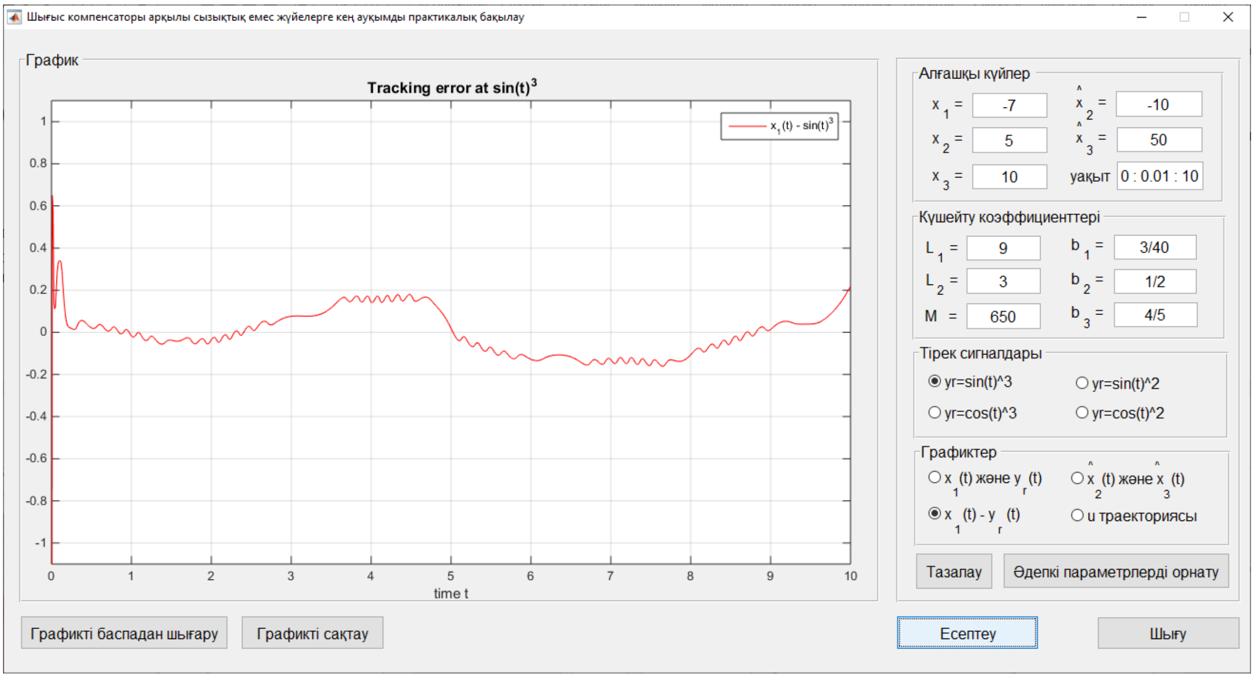
$$\dot{\hat{x}}_3 = -ML_1\left(\hat{x}_3 + L_2\left(\hat{x}_2 + L_1\left(x_1 - y_r\right)\right)\right)^3$$

$$u = -M^{\frac{7}{3}}\left[\beta_3\left(\hat{x}_3 + L_2\hat{x}_2 + L_2L_1\left(x_1 - y_r\right)\right)^5 + \beta_2\left(\hat{x}_2 + L_1\left(x_1 - y_r\right)\right)^5 + \beta_1\left(x_1 - y_r\right)^5\right].$$

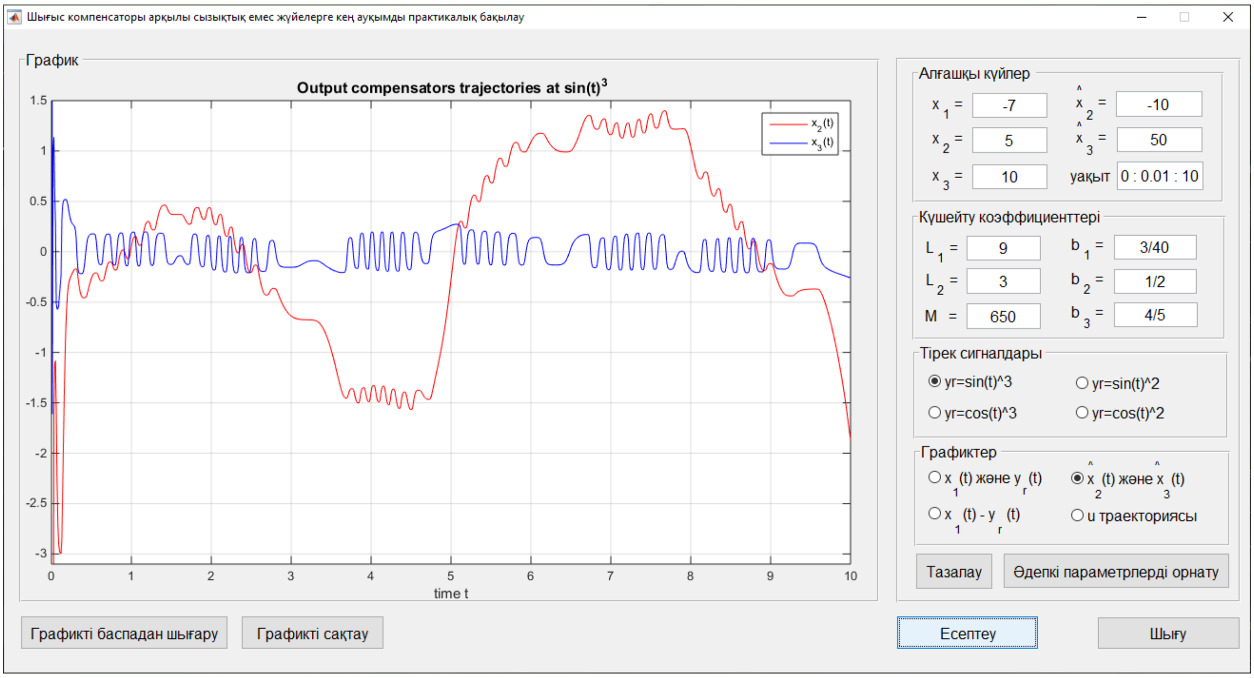
Мұндағы: $L_1 = 9$, $L_2 = 3$, $\beta_1 = 3/20$, $\beta_2 = 5/8$, $\beta_3 = 4/5$ тұрақтылары контроллерді жобалау/құру барысында (2.33) жүйенің номиналды жүйесінен алынды. Компьютерде сандық есептеу үшін жүйенің бастапқы параметрлері $x_1\left(0\right) = -7$, $x_2\left(0\right) = 7$, $x_3\left(0\right) = 10$, және компенсатордың бастапқы параметрлері $\hat{x}_2\left(0\right) = -10$, $\hat{x}_3\left(0\right) = 50$ деп алынды (2.4 сурет). Басқаруда қолданылатын еркін параметр $M = 650$ мәнінде бақылау қателігі 0,2 шамасында болды (2.5 сурет). Сонымен қатар, 2.6 суретте $\hat{x}_2\left(t\right)$, $\hat{x}_3\left(t\right)$ компенсаторлар графигі көрсетілді.



Сурет 2.4 – Еркін параметр $M = 650$ мәніне сай $x_1(t)$ бірінші күй теңдеуі және $y_r(t)$ тірек сигналы траекториялары

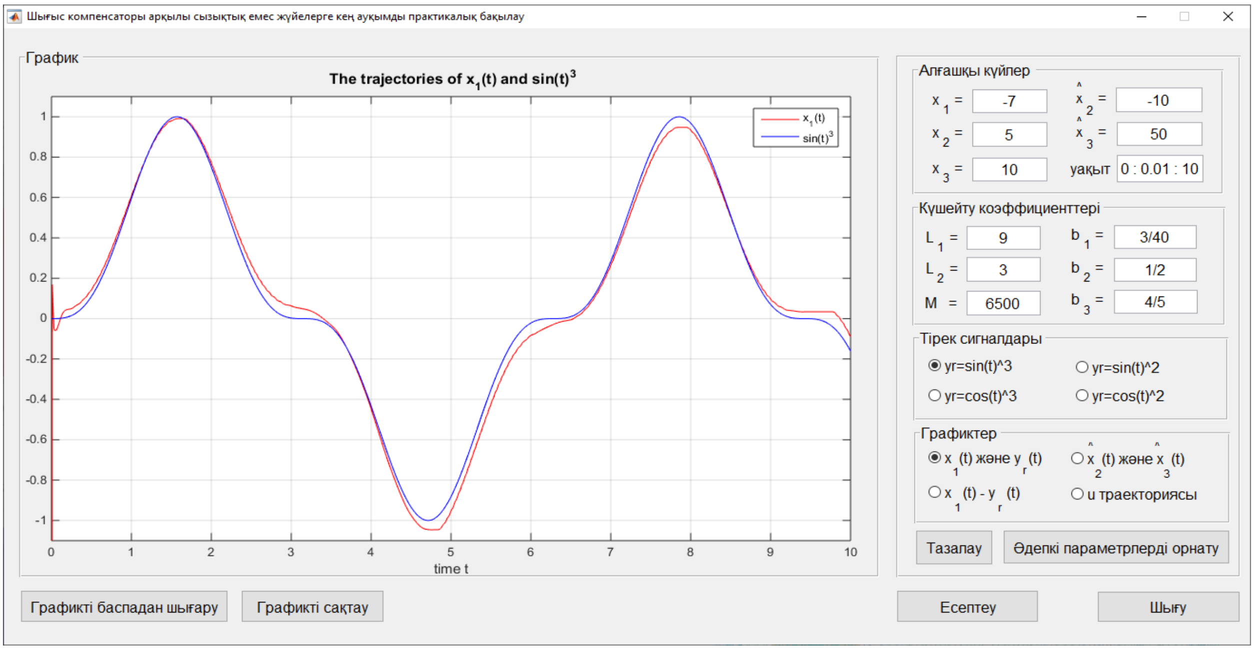


Сурет 2.5– Еркін параметр $M = 650$ мәніндегі бақылау қателігінің траекториясы



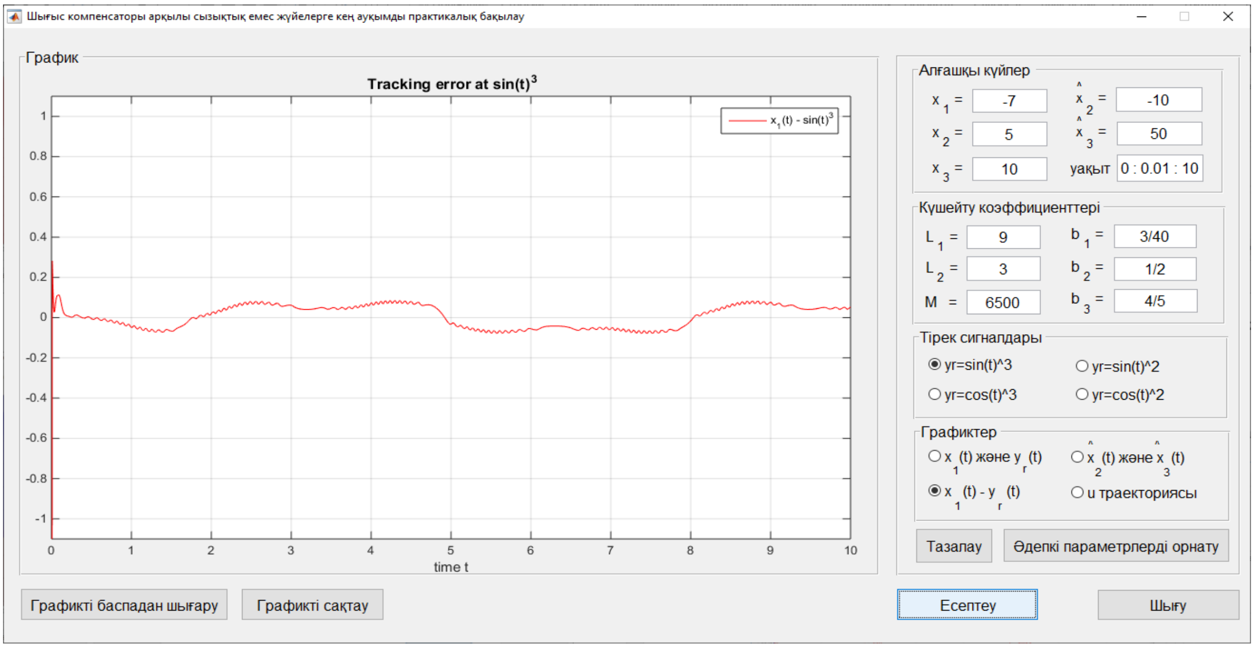
Сурет 2.6 – Тірек сигнал $y_r(t)=(\sin(t))^3$ болғандағы және M=650 мәні үшін шығыс компенсаторлар траекториялары

Диссертациялық жұмыста басқару параметрі M мәнін үлкен етіп алу арқылы бақылау қателігін мейлінше азайтуға болатындығын төмендегі суреттен айқын көруге болады. 2.7 суретте еркін параметр мәні 6500-ге тең болғандағы бақылау траекториясы келтірілді.

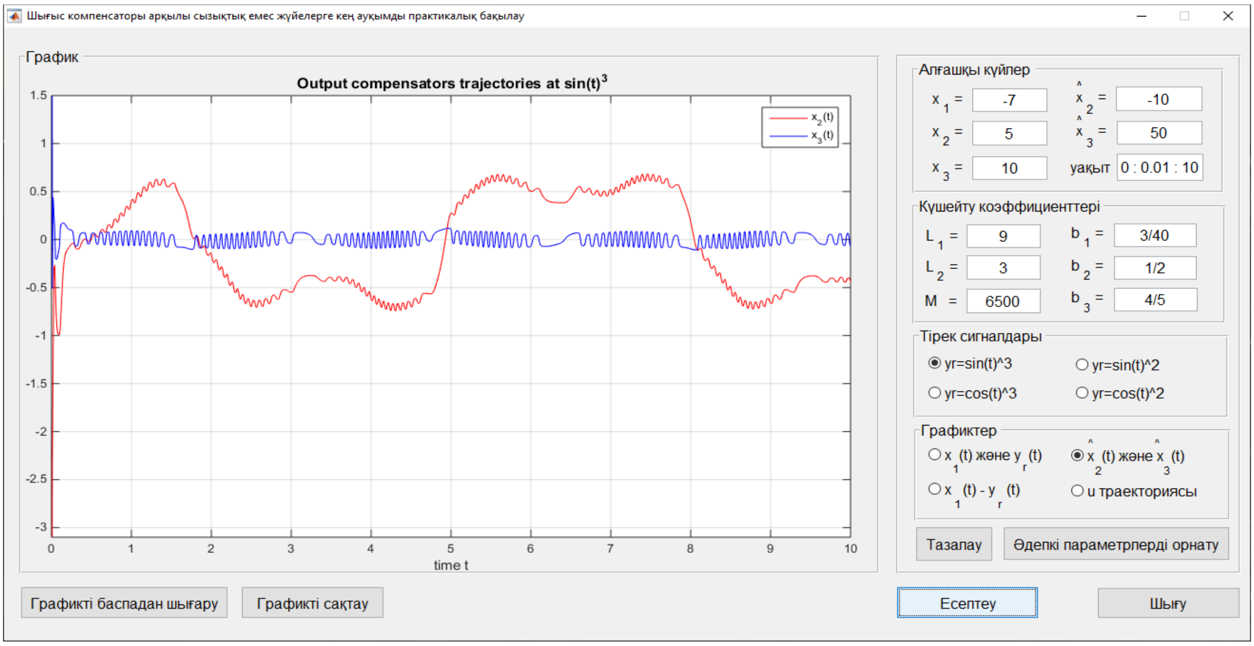


Сурет 2.7 – Еркін параметр $M=6500$ мәніне сай $x_1(t)$ бірінші күй теңдеуі және $y_r(t)$ тірек сигналы траекториялары

Компьютерлік есептеу нәтижесінде еркін параметр мәнін 6500-ге үлкейту арқылы бақылау қателігі 0,06 шамасына дейін азайды (2.8 сурет) және тірек сигнал $y_r(t) = (\sin(t))^3$ болғандағы мәні үшін шығыс компенсаторлар траекториялары көрсетілді (2.9 сурет).



Сурет 2.8 – Еркін параметр $M = 6500$ мәніндегі бақылау қателігі траекториясы



Сурет 2.9 – Тірек сигнал $y_r(t) = (\sin(t))^3$ болғандағы және M=6500 мәні үшін шығыс компенсаторлар траекториялары

Алынған нәтижелерге талдау жүргізу. 2.1 кестеде Matlab Guide бағдарламалау ортасында алынған нәтиженің үзіндісі келтірілді. Берілген сызықтық емес жүйенің бірінші күйі мен көзделген тірек сигнал арасындағы қателік нәтижелеріне талдау төмендегі 2.2 және 2.3 кестелерде берілді.

Кесте 2.1 – Matlab қосымшасындағы есептеу нәтижесінен үзінді

t =	u =	xdot1 =	xdot2 =	xdot3 =	xdot4 =	xdot5 =
…	…	…	…	…	…	…
5.5256	-5.4006e+003 +5.5286e+001i	0.4586 - 0.0003i	-5.0412 - 0.2239i	5.1102e+003 -2.3139e+001i	-2.5410 - 0.0315i	7.7673 + 0.0790i
5.5263	-5.7486e+003 +5.4332e+001i	0.5448 - 0.0023i	-5.3194 - 0.2120i	5.1382e+003 -1.6638e+001i	-2.1827 - 0.0228i	7.9513 + 0.0850i
5.5299	-6.0114e+003 +4.8958e+001i	0.5742 - 0.0036i	-4.2811 - 0.2064i	5.4969e+003 +1.2817e+001i	-1.7924 - 0.0216i	7.6534 + 0.0833i
5.5305	-5.7819e+003 +4.4622e+001i	0.3619 + 0.0024i	-2.4946 - 0.2195i	6.1145e+003 +1.4553e+001i	-1.5720 - 0.0204i	7.0290 + 0.0729i
5.5313	-6.2647e+003 +3.1424e+001i	0.5181 + 0.0017i	-0.6793 - 0.2107i	6.0611e+003 +2.1336e+001i	-0.7825 - 0.0160i	6.3314 + 0.0684i
5.5313	-6.3516e+003 +2.2711e+001i	0.5134 + 0.0016i	0.1583 - 0.2029i	5.0773e+003 +2.4839e+001i	-0.7766 - 0.0178i	5.9900 + 0.0651i
5.5252	-6.8487e+003 -1.8519e+001i	0.4913 + 0.0014i	3.7365 - 0.1708i	4.9026e+003 +3.3225e+001i	-0.6106 - 0.0159i	4.7338 + 0.0568i
5.5258	-7.3003e+003 -2.1530e+001i	0.4882 + 0.0014i	3.6006 - 0.1737i	4.7316e+003 +3.5734e+001i	-0.4679 - 0.0119i	4.9785 + 0.0669i
5.5284	-7.2392e+003 -3.2062e+001i	0.4837 + 0.0014i	4.2855 - 0.1648i	4.1636e+003 +4.5990e+001i	-0.1998 - 0.0076i	4.7405 + 0.0649i
5.5289	-6.4933e+003 -3.7056e+001i	0.4827 + 0.0014i	5.4090 - 0.1504i	4.4619e+003 +5.0027e+001i	-0.0937 - 0.0050i	4.0502 + 0.0468i
5.5294	-6.3143e+003 -4.9168e+001i	0.4747 + 0.0013i	6.6666 - 0.1349i	4.2710e+003 +5.0306e+001i	0.0141 - 0.0021i	3.4891 + 0.0408i
5.5294	-6.1123e+003 -5.3333e+001i	0.4712 + 0.0012i	7.1732 - 0.1273i	3.6388e+003 +4.4936e+001i	0.0512 - 0.0060i	3.2455 + 0.0379i
5.5305	-5.3365e+003 -6.9265e+001i	0.4550 + 0.0010i	9.4591 - 0.0967i	3.3239e+003 +4.4526e+001i	0.1978 - 0.0153i	2.3203 + 0.0294i
5.5310	-5.5153e+003 -7.2712e+001i	0.4533 + 0.0010i	9.5525 - 0.1005i	3.1484e+003 +4.3157e+001i	0.2114 - 0.0122i	2.3987 + 0.0346i
5.5337	-5.2479e+003 -7.3674e+001i	0.4502 + 0.0009i	9.9489 - 0.0944i	2.5094e+003 +3.8959e+001i	-0.2546 - 0.0087i	2.2457 + 0.0334i
5.5341	-4.7254e+003 -6.9843e+001i	0.4490 + 0.0009i	10.3565 - 0.0806i	2.6073e+003 +4.2620e+001i	-0.1610 - 0.0068i	1.9084 + 0.0231i
5.5347	-4.2000e+003 -6.9975e+001i	0.4406 + 0.0008i	11.3485 - 0.0652i	2.4623e+003 +4.0762e+001i	-3.9698e-004 -1.6882e-004i	1.5222 + 0.0188i
5.5347	-3.8797e+003 -6.7139e+001i	0.4378 + 0.0007i	11.6871 - 0.0596i	2.1593e+003 +3.3682e+001i	-1.7671e-006 +5.2953e-007i	1.3631 + 0.0172i
5.5297	-2.8068e+003 -5.8987e+001i	0.4274 + 0.0003i	13.2845 - 0.0369i	1.8539e+003 +2.9614e+001i	0.0027 - 0.0007i	0.7741 + 0.0114i
5.5298	-3.0462e+003 -6.7730e+001i	0.4290 + 0.0003i	13.4012 - 0.0411i	1.7110e+003 +2.7203e+001i	0.0043 - 0.0009i	0.7924 + 0.0131i
5.5305	-2.7824e+003 -6.3718e+001i	0.4283 + 0.0002i	13.6231 - 0.0384i	1.2394e+003 +2.0562e+001i	0.0649 - 0.0056i	0.6985 + 0.0123i
5.5306	-2.1887e+003 -4.7717e+001i	0.4241 + 0.0002i	13.8190 - 0.0264i	1.3369e+003 +2.5094e+001i	0.1568 - 0.0100i	0.5477 + 0.0085i
…	…	…	…	…	…	…

Кесте 2.2 – Берілген сызықтық емес жүйенің бірінші күйі мен $\left(\sin\left(t\right)\right)^3$ және $\left(\cos\left(t\right)\right)^3$ тірек сигналдары арасындағы қателік шамалары

M	y_r	$x_1 - y_r$	y_r	$x_1 - y_r$
650	$\left(\sin\left(t\right)\right)^3$	0,218167	$\left(\cos\left(t\right)\right)^3$	0,239254
1500		0,132614		0,176367
2500		0,115941		0,115303
3500		0,090298		0,091537
4500		0,085430		0,079576
6500		0,067154		0,064482

Кесте 2.3 – Берілген сызықтық емес жүйенің бірінші күйі мен $\left(\sin\left(t\right)\right)^2$ және $\left(\cos\left(t\right)\right)^2$ тірек сигналдары арасындағы қателік шамалары

M	y_r	$x_1 - y_r$	y_r	$x_1 - y_r$
500	$\left(\sin\left(t\right)\right)^2$	0,157408	$\left(\cos\left(t\right)\right)^2$	0,027861
1500		0,105597		0,158997
2500		0,098065		0,111964
3500		0,087194		0,086584
4500		0,079610		0,081985
5500		0,062756		0,070469

Сандық эксперименттер нәтижелері бойынша бағдарламада тірек сигналын қалай таңдасақ та ізіне түсу қателігі шамалас екендігін көруге болады. Мұнда басқару теңдеуін құруда жүйенің сызықтық еместігіне үстемдік етуші еркін параметр $M \geq 1$ мәні үлкен рөл атқарады. Жоғарыда берілген кестеге сай $M \geq 1$ мәні өскен сайын ізіне түсу қателігінің азайып бара жатқандығын көру қиын емес. Демек, диссертациялық жұмыстың теориялық бөлігінде дәлелденген M еркін параметрді үлкен етіп таңдау арқылы қажетті нәтижеге қол жеткізуге болатындығын сандық есептеулер нәтижелерімен расталды.

2.4 Уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді бақылау

Келесі түрдегі анықталмаған уақыты кешіккен сызықтық емес жүйені қарастырайық:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_n^{p_1}(t) + \varphi_1(t, x(t), x(t-d), u(t)) \\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_n^{p_{n-1}}(t) + \varphi_{n-1}(t, x(t), x(t-d), u(t)) \\
&\dot{x}_n(t) = u\left(t\right) + \varphi_n(t, x(t), x(t-d), u(t)) \\
&y(t) = x_1(t).
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Мұндағы: $x(t) := (x_1(t),\dots,x_n(t))^{\mathrm{T}} \in R^n$, $u \in R$, және $y(t) \in R$ - сәйкесінше жүйенің күйі, басқарудың кіріс сигналы мен және шығыс сигналы. Тұрақты сан $d \geq 0$ жүйенің уақыт кешігу параметрі және $x(\theta) = \varphi_0(\theta),\ \ \theta \in [-d, 0],\ d \geq \max\{d_1,...d_n\}$ жүйенің бастапқы шарты. $\varphi_i(\cdot)$ белгісіз, анық емес үздіксіз функциялар, $p_i \in R_{odd}^{\geq 1} := \{ p/q \in [0,\infty) : p$ және q тақ бүтін сандар, $p \geq q \}$, $(i = 1,\dots,n-1)$ жүйенің жоғары реттілігінің көрінісі. Біздің мақсат жүйеде d уақыт кешігу бар болған жағдайда да шекті уақыттан кейін жүйенің барлық күйлері шектелген аймақта қалатындай және жүйенің шығыс сигналы $y(t)$ -ді біз көздеген тірек сигналдың ізіне түсіретін басқаруды жобалау/табу болып табылады [89,90].

Уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелердегі шығыс сигналдарын кең ауқымды практикалық бақылау проблемасын шешу үшін біз келесі 2 болжам келтіреміз:

Болжам 2.3. $C_1,\ C_2$ және $\tau \geq 0$ тұрақтылар болып табылады.

$$\begin{aligned}&\left|\varphi_i(t, x(t), \bar{x}\left(t-d\right), u(t))\right| \leq C_1\Big(\left|x_1(t)\right|^{r_i+\tau/r_1} + \cdots + \left|x_i(t)\right|^{r_i+\tau/r_i} + \\ &\left|x_1(t-d)\right|^{r_i+\tau/r_1} + \cdots + \left|x_i(t-d)\right|^{r_i+\tau/r_i}\Big) + C_2.\end{aligned} \tag{2.35}$$

Мұнда: $r_1 = 1,\ \ r_{i+1}p_i = r_i + \tau > 0,\quad i = 1,\dots,n$ және де $p_n = 1$.

Болжам 2.4. Біз қарастыратын $y_r(t)$ тірек сигналы – үздіксіз дифференциалданатын сигнал. Сонымен қатар белгілі $D > 0$ константасы келесі теңсіздікті қанағаттандырады:

$$\left|y_r(t)\right| + \left|\dot{y}_r(t)\right| \leq D,\quad \forall t \in [0,\infty) \tag{2.36}$$

Кері байланыс арқылы жүйенің күйін берілген тірек сигнал ізіне түсіруді жобалау. Бұл бөлімде біз 2.3-2.4 болжамдары көмегімен (2.34) формадағы уақыт кешігу параметрі қатысқан жоғары ретті сызықтық емес жүйелер класы үшін уақытқа тәуелсіз кері байланыс арқылы күй сигналдарын бақылау проблемасын қарастырамыз. Ол үшін ең бірінші келесі түрдегі координата түрлендіруін енгіземіз:

$$z_1 := x_1 - y_r,\quad z_i := x_i \big/ L^{\kappa_i},\quad i = 2,\dots,n,\ \ v := u \big/ L^{\kappa_n+1}. \tag{2.37}$$

Мұндағы: $\kappa_1 = 0,\ \kappa_i = \left(\kappa_{i-1}+1\right)\big/ p_{i-1}$, $i = 2,\dots,n$ және $L \geq 1$ еркін параметр болып келеді және алдағы есептеу барысынды анықталатын болады. Әрі қарай (2.34) жүйені z_i жаңа координатада келесі формада алықталады:

$$
\begin{aligned}
&\dot{z}_i = Lz_{i+1}^{p_i} + \psi_i(t, z(t), z(t-d), v), \quad i = 1, \dots, n-1, \\
&\dot{z}_n = Lv + \psi_n(t, z(t), z(t-d), v), \\
&y = z_1.
\end{aligned} \tag{2.38}
$$

Мұндағы:

$$
\begin{aligned}
&\psi_1(t, z(t), z(t-d), v) = \varphi_1(t, z(t), z(t-d), v) - \dot{y}_r, \\
&\psi_i(t, z(t), z(t-d), v) = \frac{\varphi_i(t, z(t), z(t-d), v)}{L^{\kappa_i}}, \quad i = 2, \dots, n.
\end{aligned} \tag{2.39}
$$

Ескерту 2.2. L еркін параметрі бақылау дизайнында қосымша еркіндік жасауға мүмкіндік беретінін атап өту керек. Шын мәнінде, негізгі нәтижелерді дәлелдеген кезде, кешенді сызықтық емес еркін параметрде анықталмағандық пайда болады. Сондықтан, L-ді барлық ықтимал анықталмағандықтарға тиімді түрде үстемдік ету үшін қолдануға болады.

Енді 2.3 болжамды және диссертациялық жұмыстың ағымдағы бөлімінде берілген 2.7 лемманы және $L \geq 1$ фактісін пайдалана отырып, келесі теңсіздікті құруға болады:

$$
\left|\psi_1(t, z(t), z(t-d), v)\right| \leq C_1\left(\left|z_1(t) + y_r\right|^{(r_1+\tau)/r_1} + \left|z_1(t-d) + y_r\right|^{(r_1+\tau)/r_1}\right) + C_2 + \left|\dot{y}_r\right|
$$

$$
\begin{aligned}
\left|\psi_i(t, z(t), z(t-d), v)\right| &= \left|\left(\varphi_i(t, x(t), x(t-d), u\right) \big/ L^{\kappa_i}\right| \\
&\leq \frac{C_1}{L^{\kappa_i}}\left(\left[\left|z_1(t)^{(r_i+\tau)/r_1}\right| + \left|L^{\kappa_2} z_2(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_1} + \dots + \left|L^{\kappa_i} z_i(t)\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right]\right. \\
&\quad + \left[\left|z_1(t-d) + y_r\right|^{(r_i+\tau)/r_1} + \dots + \left|L^{\kappa_i} z_i(t-d)\right|^{(r_i+\tau)/r_i}\right] + C_2 \big/ L^{\kappa_i}
\end{aligned}
$$

Бұдан әрі, 2.4 болжаммен кепілдік берілген y_r және $\dot{y}_r$ шектеулілігі тек C_1, C_2, τ, κ_i және L тұрақтыларына байланысты $\bar{C}_i$, $i = 1, 2$ константаларының бар болуын қамтамасыз етеді, осыдан (2.35) жүйе келесі түрде ие болады

$$
\begin{aligned}
&\left|\psi_1(t, z(t), z(t-d), v)\right| \leq \bar{C}_1\left(\left|z_1(t)\right|^{r_1+\tau/r_i} + \left|z_1(t-d)\right|^{r_1+\tau/r_i}\right) + \bar{C}_2 \\
&\left|\psi_i(t, z(t), z(t-d), v)\right| \leq \bar{C}_1 L^{1-v_i} \sum_{j=1}^{i}\left(\left|z_j(t)\right|^{r_i+\tau/r_j} + \left|z_j(t-d)\right|^{r_i+\tau/r_j}\right) + \bar{C}_2 \big/ L^{\kappa_i}
\end{aligned} \tag{2.40}
$$

Мұндағы: $i = 2...n,\ \bar{C}_1 > 0,\ \bar{C}_2 > 0$ және $\nu_i := \min\left\{1 - \left(\left(\kappa_j (r_i + \tau)\right) / \left(r_j + \kappa_i\right)\right),\ 2 \le j \le i,\ 1 \le i \le n\right\} > 0$ қайсыбір константалар.

Келесі кезекте, (2.38) жүйе күйі арқылы кері байланыс басқаруын жобалауда және құруда сызықтық еместікке үстемдік етуші біртекті үстемдік әдісін қолданамыз.

Орнықтылыққа талдау жүргізу. (2.38) жүйедегі $\psi_i(\cdot)$, $i = 1, \ldots, n-1$ бейсызықтықты назарға алмай, жүйенің бөлігі номиналды сызықтық емес жүйе үшін күйін қолданып, біртекті кері байланыс контроллерін жобалаймыз

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= L z_{i+1}^{p_i}, \quad i = 1, \ldots, n-1, \\ \dot{z}_n &= L v, \\ y &= z_1 \end{aligned} \tag{2.41}$$

[40,49,55] мақалалардағы тәсілдерді іске асыра отырып, (2.39) үшін біртекті күйі арқылы кері байланыс орнықтандырғышын құрамыз және оны теоремада қарастырамыз.

Теорема 2.2. Берілген сан $\tau \ge 0$ үшін τ дәрежелі біртекті күйдегі кері байланыс басқаруы бар, сондықтан сызықтық емес жүйелер (2.41) глобалды асимптотикалық орнықты.

Дәлелдеу. Нәтижені дәлелдеу үшін (2.41) жүйеге біртекті тұрақтандырғышты нақты құру үшін индуктивті аргументті (рекурсивтік дизайн әдісін) қолданамыз.

Қадам 1. $\xi_1 = z_1^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1}$ болсын, мұндағы: $z_1^* = 0$ және $\sigma \ge \max_{1 \le i \le n}\{1, \tau + r_i\}$ оң сандар. Ляпуновтың кандидат функциясын таңдаймыз:

$$V_1 = W_1 = \int_{z_1^*}^{z_1} \left(s^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1}\right)^{(2\sigma - \tau - r_1)/\sigma} ds \tag{2.42}$$

(2.41) формуладан келесіні аламыз:

$$\dot{V}_1 \le -nL\xi_1^2 + L\xi_1^{(2\sigma-\tau-r_1)/\sigma}\left(z_2^{p_1} - z_2^{*p_1}\right). \tag{2.43}$$

Мұндағы: z_2^* виртуалды контроллер және ол келесі түрде таңдалады

$$z_2^* = -n^{1/p_1} z_1^{(r_1+\tau)/p_1} := -\beta_1^{r_2/\sigma} \xi_1^{r_2/\sigma},\ \beta_1 = n^{\sigma/r_2 p_1} \tag{2.44}$$

Қадам k. *k-1* қадамында C^1 табылады, оң және айқын Ляпуновтың функциясы V_{k-1} бар және $z_1^*, \ldots, z_k^*$ анықтайтын виртуалды контроллерлер жиынтығы келесі түрде анықталады

$$\begin{aligned} & z_1^* = 0, && \xi_1 = z_1^{\sigma/r_1} - z_1^{*\sigma/r_1} \\ & z_i^* = -\beta_{i-1}^{r_i/\sigma} \xi_{i-1}^{r_i/\sigma}, && \xi_i = z_i^{\sigma/r_1} - z_i^{*\sigma/r_1}, \qquad i = 2, \ldots, k \end{aligned} \tag{2.45}$$

$\beta_i > 0,\ 1 \le i \le k-1$ бірге тұрақтылар сондай, ол келесі теңсіздікті қанағаттандырады

$$\dot{V}_{k-1} \le -(n-k+2)L \sum_{l=1}^{k-1} \xi_l^2 + L \xi_{k-1}^{(2\sigma-\tau-r_{k-1})/\sigma} \left(z_k^{p_{k-1}} - z_k^{*\,p_{k-1}} \right) \tag{2.46}$$

(2.46) да k қадамында орындалатындығын көреміз, сонымен қатар, оң анықталған C^1 Ляпунов функциясы бар және ол келесі түрде анықталады

$$V_k(\overline{z}_k) = V_{k-1}(\overline{z}_{k-1}) + W_k(\overline{z}_k), \quad W_k(\overline{z}_k) = \int_{z_k^*}^{z_k} \left(s^{\sigma/r_k} - z_k^{*\sigma/r_k} \right)^{(2\sigma-\tau-r_k)/\sigma} ds \tag{2.47}$$

және виртуалды контроллер $z_{k+1}^* = -\beta_k^{r_{k+1}/\sigma} \xi_k^{r_{k+1}/\sigma}$ сондай, ол келесіні қанағаттандырады

$$\dot{V}_k \le -(n-k+1)L \sum_{j=1}^{k} \xi_j^2 + L \xi_k^{(2\sigma-\tau-r_k)/\sigma} \left(z_{k+1}^{p_k} - z_{k+1}^{*\,p_k} \right) \tag{2.48}$$

(2.48) теңсіздікті дәлелдеу [39,52,87] дәлелдеулермен өте ұқсас болғандықтан біз оны бұл жұмыста қарастырмаймыз.

Жоғарыда берілген индуктивті аргументті қолдана отырып n-ші қадамда келесі түрдегі күйі бойынша кері байланыс контроллері бар деген шешімге келеміз

$$v = -\beta_n^{r_{n+1}/\sigma} \xi_n^{r_{n+1}/\sigma} = -\left(\sum_{i=1}^{n} \overline{\beta}_i z_i^{\sigma/r_i} \right)^{r_{n+1}/\sigma} \tag{2.49}$$

C^1 бірге оң анықталған Ляпуновтың кандидат функциясы:

$$V_n = \sum_{i=1}^{n} \int_{z_i^*}^{z_i} \left(s^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i} \right)^{(2\sigma-\tau-r_i)/\sigma} ds \tag{2.50}$$

келесіні аламыз $\dot{V}_n \le -L\sum_{j=1}^{n}\xi_j^2$. Мұндағы: $\xi_i = z_i^{\sigma/r_i} - z_i^{*\sigma/r_i}$ және $\bar{\beta}_i = \beta_n \cdots \beta_i,\ i = 1,\ldots,n$ оң тұрақтылар. Олай болса (2.41) және (2.49) жабық тұйық жүйесі глобалды асимптоталық орнықты. 2.2 теорема дәлелденді.

Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйені көзделген тірек сигналдың ізіне түсіру бақылауын жобалау. Енді біз (2.34) жүйеге кең ауқымды бақылаушы контроллерді жобалау үшін біртекті үстемдік әдісін қолдануға дайынбыз, оны диссертациялық жұмыстағы негізгі нәтижелердің бірі деп танимыз.

Теорема 2.3. (2.34) түрдегі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйе үшін 2.3-2.4 болжамдардан кейін шығыс сигналдарын кең ауқымды практикалық бақылау проблемасы (2.38) және (2.39) тұжырымдардағы $u = L^{\kappa_n+1}v$ күйі бойынша кері байланыс контроллері арқылы шешіледі.

Дәлелдеу. Енді біз ықшамдалған белгілерді анықтаймыз:

$$
\begin{aligned}
&z = \left(z_1,\ldots,z_n\right)^T, \\
&E(z) = \left(z_2^{p_1},\ldots,z_n^{p_{n-1}},v\right)^T, \\
&F(z) = \left(\varphi_1, \varphi_2/L^{\kappa_2},\ldots,\varphi_n/L^{\kappa_n}\right)^T
\end{aligned}
\tag{2.51}
$$

Бірдей белгілеулерді (2.38) және (2.51) пайдалану арқылы жабық циклдік жүйе келесі ықшамды түрде жазылуы мүмкін: $\dot{z} = LE(z) + F(z)$. Сонымен қатар, 2.1 леммадағы $\Delta = (r_1,\ldots,r_n)$ кеңейту салмағын енгізе отырып, оны келесіше көрсетуіміз мүмкін, яғни, Δ қарағанда, V_n біртекті дәрежесі $2\sigma - \tau$. Демек сол (2.50) Ляпуновтың кандидат функциясын және 2.2, 2.7 леммаларды қолданып, төмендегідей қорытынды жасауға болады:

$$
\dot{V}_n(z) = L\frac{\partial V_n}{\partial Z}E(z) + \frac{\partial V_n}{\partial Z}, \qquad \dot{F}(z) \le -m_1 L\|z\|_\Delta^{2\sigma} + \sum\nolimits_{i=1}^{n}\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i. \tag{2.52}
$$

Мұндағы: $m_1 > 0$ – тұрақты шама.

(2.40) теңсіздік, 2.3 болжам және $L > 1$ ден, біз $\delta_i > 0$ және $0 < \gamma_i \le 1$ тұрақтыларын төмендегідей табамыз:

$$
\begin{aligned}
|\psi_i| \le \bar{C}_1\sum_{j=1}^{i}L^{\kappa_j(r_i+\tau)/r_j-\kappa_i}\left(\left|z_j(t)\right|^{r_i+\tau/r_j} + \left|z_j(t-d)\right|^{r_i+\tau/r_j}\right) + \bar{C}_2/L^{\kappa_i} \le \\
\delta_i L^{1-\gamma_i}\left(\|z(t)\|_\Delta^{r_i+\tau} + \|z(t-d_j(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}\right) + \bar{C}_2/L^{\kappa_i}
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

2.2 лемма бойынша жане $i=1,\ldots,n$ үшін келесідей белгілеу арқылы, $\partial V_n/\partial z_i$ біртекті дәрежесі $2\sigma-\tau-r_i$ көреміз$\left|\partial V_n/\partial z_i\right|\le m_2\|z\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}$, $m_2>0$. Сондықтан:

$$\left|\frac{\partial V_n}{\partial z_i}\psi_i\right|\le m_2(1+\delta_i)L^{1-\gamma_i}\|z\|_\Delta^{2\sigma}+m_2\|z\|_\Delta^{2\sigma-\tau-r_i}\|z(t-d_j(t))\|_\Delta^{r_i+\tau}+\frac{\omega^{2\sigma/\tau+r_i}}{L^{1+\gamma_i}}. \quad (2.54)$$

Мұндағы: $\omega=:m_2\bar{C}_2$, $\left(2\sigma-\tau-r_i\right)/\left(2\sigma\right)\le 1$, $\left(\tau+r_i\right)/2\sigma\le 1$ және $\left(2\sigma-(1-\gamma_i)\right)/\left(\tau+r_i\right)-(1-\gamma_i)\ge 1+\kappa_i$ (2.54)-ті (2.52)-ге қою арқылы келесіні аламыз:

$$\dot{V}_n(z)\le -L(m_1\|z\|_\Delta^{2\sigma}-$$
$$-\left(1+m_2(1+\delta)\sum_{i=1}^{n}L^{-\gamma_i}\|z\|_\Delta^{2\sigma}-m_2\sum_{i=1}^{n}L^{-\gamma_i}\|z\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau}\|z(t-d)\|_\Delta^{r_i+\tau}\right)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega^{2\sigma/\tau+r_i}}{L^{1+\gamma_i}}$$

2.7 лемма бойынша $m_3>0$ тұрақтысы бар және ол келесіні қанағаттандырады:

$$m_2\|z\|_\Delta^{2\sigma-r_i-\tau}\|z(t-d_i)\|_\Delta^{r_i+\tau}\le\|z\|_\Delta^{2\sigma}+m_3\|z(t-d_i)\|_\Delta^{2\sigma}, \quad (2.55)$$

Бұл келесі нәтижені береді:

$$\begin{aligned}&\dot{V}_n(z)\le\partial^2\Omega/\partial v^2-L(m_1\|z\|_\Delta^{2\sigma}-(2+m_2(1+\delta))\\&\sum_{i=1}^{n}L^{-\gamma_i}\|z\|_\Delta^{2\sigma}-m_3\sum_{i=1}^{n}L^{-\gamma_i}\|z(t-d)\|_\Delta^{2\sigma})+\sum_{i=1}^{n}\frac{\omega^{(2\sigma)/(\tau+r_i)}}{L^{1+\gamma_i}}\end{aligned} \quad (2.56)$$

Ляпунов-Красовский функционалын төмендегі түрде құрамыз:

$$V(z(t))=V_n(z(t))+\int_{t-d}^{t}\|z(s)\|_\Delta^{2\sigma}\eta ds. \quad (2.57)$$

Мұндағы: η – оң тұрақты. $\eta=m_3\sum_{i=1}^{n}L^{1-\gamma_i}$ болсын, (29) және (30)-дан:

$$\dot{V}\le -L\left(m_1-(2+m_2(1+\delta)+m_3)\sum_{i=1}^{n}L^{-\gamma_i}\right)\|z(t)\|_\Delta^{2\sigma}+\left(\rho_1/L^{1+\gamma}\right) \quad (2.58)$$

Демек, L-дің келесідегідей үлкен мөлшерін таңдау арқылы қажетті нәтижеге қол жеткізуге болады: $L > \max\left\{1, \left(\left(2 + m_2(1+\delta) + m_3\right)/m_1\right)^{-\gamma}\right\}$, мұнда: $\gamma = \min_{1\le i\le n}\{\gamma_i\}$ және $\rho_1 = \sum_{i=1}^{n} \alpha^{2\sigma/(\tau + r_i)}$.

Олай болса, сондай $\rho_2 > 0$ тұрақтысы бар болады, (2.56) келесі түрге келеді:

$$\dot{V}(z(t)) \le -\rho_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} + 2\rho_1. \tag{2.59}$$

Сонымен бірге, $V_n(z)$ және $\int_{t-d}^{t} \|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} \eta ds$ біртекті дәрежелі $2\sigma - \tau$ және 2σ кеңейту Δ-ға қатысты. Сондықтан да 2.2 леммаға қатысты сондай $\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3, \lambda_4$ тұрақтылары бар болады

$$\begin{aligned} &\lambda_1 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \le V_n(z(t)) \le \lambda_2 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma-\tau} \\ &\lambda_3 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} \le \int_{t-d}^{t} \|z(s)\|_\Delta^{2\sigma} \eta ds \le \lambda_4 \|z(t)\|_\Delta^{2\sigma} \end{aligned} \tag{2.60}$$

Осыдан келіп (2.59) және (2.60) бірлесуінен келесіні аламыз

$$\dot{V}(z(t)) \le -\rho_2^{-1} V(z(t)) + \tilde{\rho}_1. \tag{2.61}$$

Мұнда: $\rho_2 = \left(\lambda_4 + \left((2\delta - \tau)/2\sigma\right)\right)$ және $\tilde{\rho}_1 = \dfrac{\tau \lambda_2^{(\tau - 2\sigma)/\tau}}{\left(2\sigma\rho_2 L^{(2\sigma-\tau)/\tau}\right) + \rho_1 / L^{1+\gamma}}$.

(2.61)-ден $T > 0$ сондай шеткі уақыт бар екендігін көрсету қиын емес, ол $V(z) \le 3\tilde{\rho}_1,\ \forall t \ge T$ онда z_1 жеткілікті үлкен L болатын кез келген оң ауытқушылыққа қарағанда, кішірек болуы мүмкін екені анық. 2.3 теорема дәлелденді.

Компьютерде модельдеу. Теориялық нәтижелердің дұрыстығы мен тиімділігін көрсететін қарапайым сандық мысалды қарастырайық. Келесі түрдегі уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйені қарайық:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = x_2^{5/3}(t) + x_1^{1/3}(t-d) \\ &\dot{x}_2(t) = x_3^{5/3}(t) + 2x_2(t) \\ &\dot{x}_3(t) = u(t) + x_3^{1/3}(t) \\ &y(t) = x_1(t). \end{aligned} \tag{2.62}$$

Мұндағы: $p_1 = 5/3,\ p_2 = 5/3,\ p_3 = 1$ және d уақыт кешігу параметрі. Біздің мақсатымыз – жүйенің шығыс сигналын талап етілетін тірек сигналының ізіне түсетіндей және жүйенің барлық күйі глобалды шектелген ететіндей кері байланысты практикалық контроллерді жобалау/құру болып табылады.

Жоғарыдағы қарастырылған уақыт кешігу параметрі бар сызықтық емес жүйені өзіміз таңдап алған 4 тірек сигнал ізіне түсіруді жүзеге асыратын алгоритмнің қысқартылған коды:

```
if  (val1==1) && (val5==1)
  {
   yr=sin(t).^3; %yr айнымалысына (sin(t))^3 мәнін меншіктеу
   runge_kutta(yp1, yp2, yp3, u, yr, delay, y0_initial, t0_tfinal);
  }
else if (val2==1) && (val5==1)
  {
   yr=cos(t).^3; %yr айнымалысына (cos(t))^3 мәнін меншіктеу
   runge_kutta(yp1, yp2, yp3, u, yr, delay, y0_initial,t0_tfinal);
  }
else if (val3==1) && (val5==1)
  {
   yr=sin(t./3)+sin(t) %yr айнымалысына sin(t./3)+sin(t) мәнін меншіктеу
   runge_kutta(yp1, yp2, yp3, u, yr, delay, y0_initial, t0_tfinal);
  }
else if (val4==1) && (val5==1)
  {
   yr=cos(t).^2 %yr айнымалысына (cos(t))^2 мәнін меншіктеу
  runge_kutta(yp1, yp2, yp3, u, yr, delay, y0_initial, t0_tfinal);
   }
```

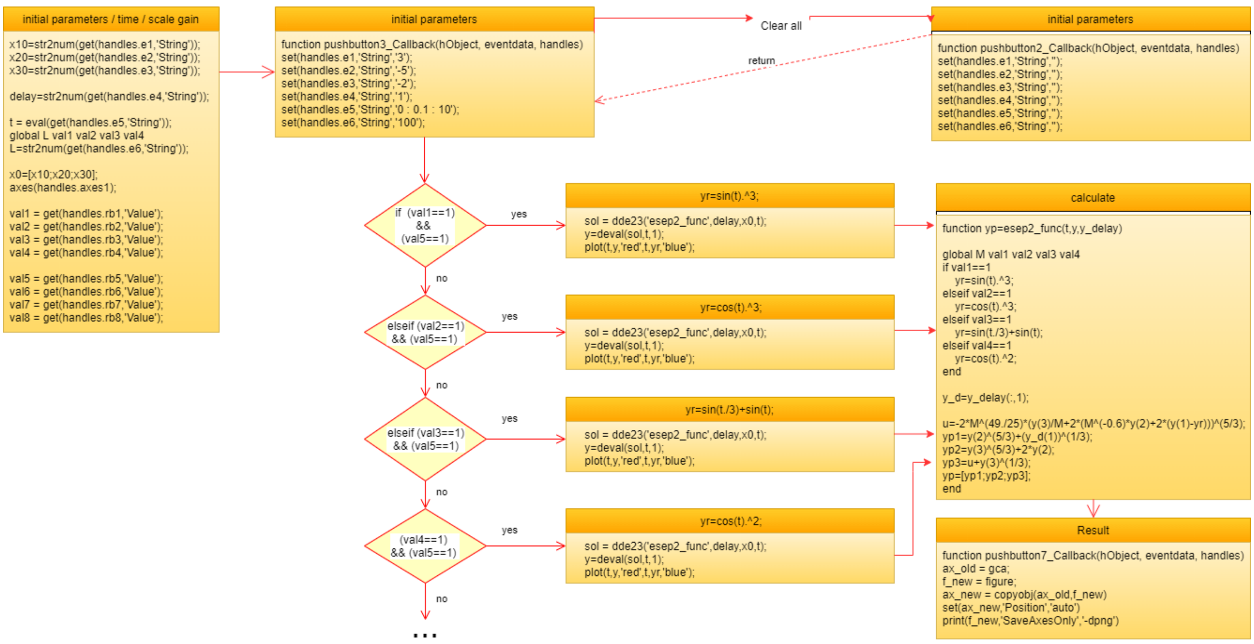
Алгоритм сипаттамасы. Уақыт кешігуі аргументі бар дифференциалдық теңдеулер dde23 (псевдокодта runge_kutta) - бұл ағымдағы уақыттағы шешімді өткен уақыттағы шешіммен байланыстыратын қарапайым дифференциалдық теңдеулер. Бұл кідіріс тұрақты, уақытқа байланысты, күйге немесе туындыға тәуелді болуы мүмкін. Тұрақты кідіріске ие дифференциалдық теңдеулерді $\dot{y}(t) = f(t, y(t), y(t-\tau_1), \ldots, y(t-\tau_k))$ жазып алуға болады. Мұнда: t еркін айнымалы, y тәуелді айнымалылардың вектор-бағанасы және $\dot{y}(t)$ бірінші ретті туындысы.

Dde23 функциясы – тұрақты кідіріске ие дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешуге арналған Matlab ортасының функциясы. Уақыттық кідіріс константа болған дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімдері қарапайым жағдайларда үздіксіз болады, сонымен қатар олардың туындыларында үзілулер бар. Dde23 функциясы кіші разрядтағы үзілімдерді бақылайды. Бұл дифференциалдық теңдеулерді сол айқын Рунге-Кутта 2-ші және 3-ші ретті жұбымен және ode23 қолданылатын interpolant-пен интеграциялайды. Рунге-

Кутта формулалары кідірістен үлкен қадам өлшемі үшін айқын емес қадамдардың ені бойынша туралау үшін жеткілікті тегістелген кезде, бұл үлкен, айқын емес формулалар предиктор түзеткішінің итерациясымен бағаланады. Егер *y(t)* жеткілікті түрде тегіс болса, онда айқын емес формулалар болжалды түзетушіні итерациялау арқылы бағаланады. Жоғарыда келтірілген код фрагменті бойынша:

- if val1==1 && val5==1 - тірек сигнал (sin(t))^3 таңдалғанда, дифференциалдық жүйенің теңдеулерін, басқаруды анық Рунге-Кутта 2-ші және 3-ші ретті жұбымен есептеп, сандық мәлімет аламыз:
- elseif val2==1 && val5==1 - тірек сигнал мәні (cos(t))^3 болғанда, берілген жүйені айқын Рунге-Кутта 2-ші және 3-ші ретті жұбымен есептеу;
- elseif val3==1 && val5==1 - тірек сигнал мәні sin(t./3)+sin(t) болғанда, берілген жүйені айқын Рунге-Кутта 2-ші және 3-ші ретті жұбымен есептеу;
- elseif val4==1 && val5==1 - тірек сигнал мәні (cos(t))^2 болғанда, берілген жүйені айқын Рунге-Кутта 2-ші және 3-ші ретті жұбымен есептеу.

Берілген алгоритмнің жұмыс істеу сызбасы 2.10 суретте көрсетілді.



Сурет 2.10 – Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді берілген тірек сигнал ізіне түсіру программасының жұмыс істеу сызбасы

Берілген жүйе қарапайым болса да, ондағы $x_1^{1/3}(t-d)$ уақыт кідірісі парметрінің қатысуына қарай [38,39], [91-93] мақалаларда қарастырылған басқаруды құру әдісін қолдана отырып, кең ауқымды практикалық бақылау есептерін шешу мүмкін болмайды. Әрі қарай $\tau = 2/3$ және $r_1 = 1$ деп таңдаймыз, онда $r_2 = r_3 = 1$ және $r_4 = 5/3$. Әрі қарай, тірек сигналын $y_r = \left(\sin(t)\right)^3$, $y_r = \left(\cos(t)\right)^3$,

$y_r = (\cos(t))^2$ немесе $y_r = \sin(t/3) + \sin(t)$ түрде таңдаймыз. Бұдан, 2.8 лемманы пайдаланып, келесіні алу оңай:

$$
\begin{aligned}
|\varphi_1(\cdot)| &= |z_1(t-d)|^{1/3} \le 2^{4/3}|z_1(t-d)|^{1/3} \le 1/5|z_1(t-d)|^{5/3} + (4/5)2^{5/3} \\
|\varphi_2(\cdot)| &= |2z_2| \le \left(2^{3/2}\right)^{2/3}|z_2| \le (3/5)|z_2|^{5/3} + (2/5)2^{5/2} \\
|\varphi_3(\cdot)| &= |z_3|^{1/3} \le 2^{4/3}|z_3|^{1/3} \le (1/5)|z_3|^{5/3} + (4/5)2^{5/3}
\end{aligned}
\tag{2.63}
$$

Әрине, 2.3-2.4 болжамдары орындалатыны анық және осы бөлімде (2.3 теоремада) ұсынылған жобалауға сәйкес басқару төмендегі түрге ие:

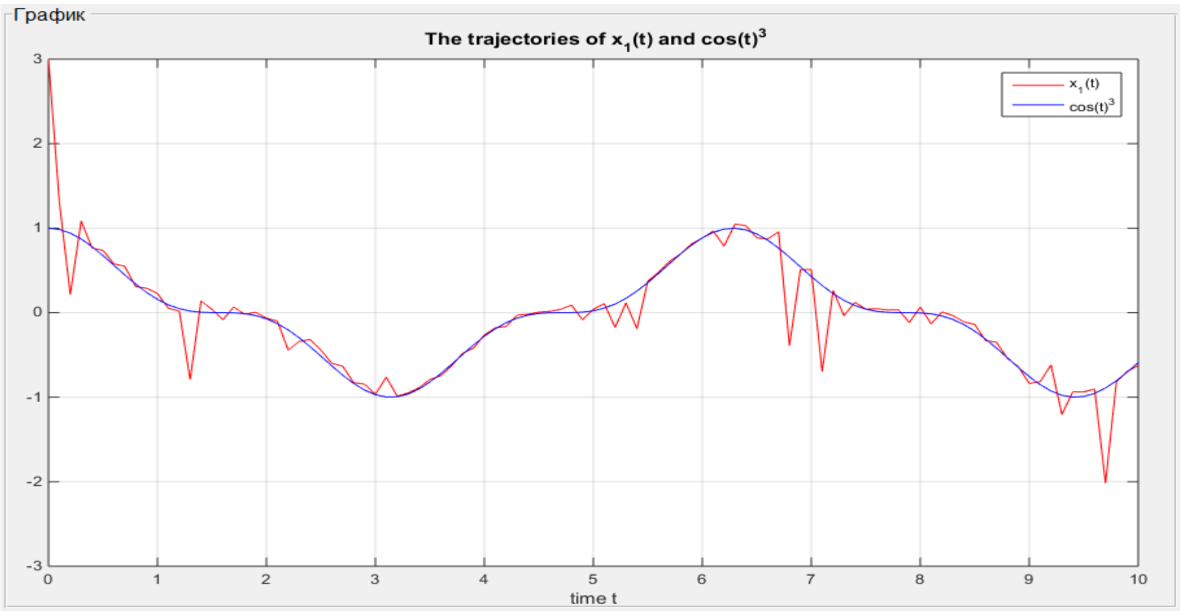
$$
u = -2L^{49/25}\left(L^{24/25}x_3 + 2\left(L^{3/5}x_2 + 2(x_1 - y_r)\right)\right)^{5/3} \tag{2.64}
$$

Бастапқы мәндер: $z_1(\theta) = 3,\ z_2(\theta) = -5,\ z_3(\theta) = -2,\ \theta \in [0, d]$, мұндағы: d=1 уақыттық кідіріс, тірек сигнал $y_r = (\cos(t))^3$. Күшейту коэффициентінің мәні L=100 үшін:

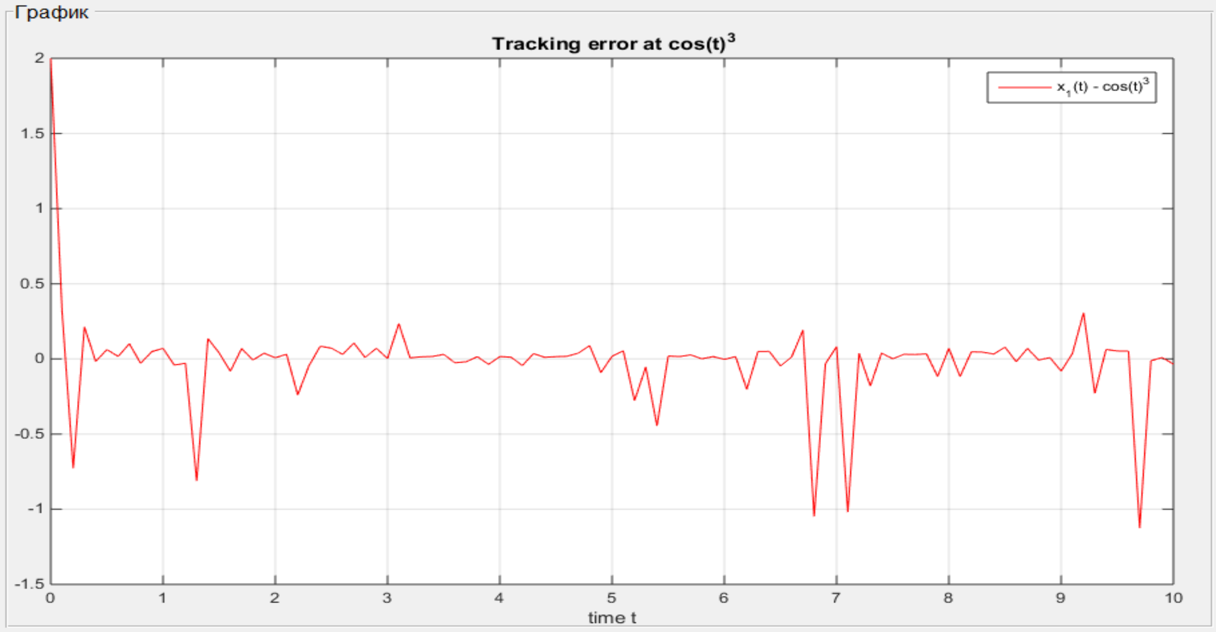
1) Тірек сигналдың $y_r = (\cos(t))^3$ таңдалғандағы ізіне түсу графигі 2.11 суретте көрсетілді;

2) Бақылау қателігі 1,2 шамасында (2.12 сурет);

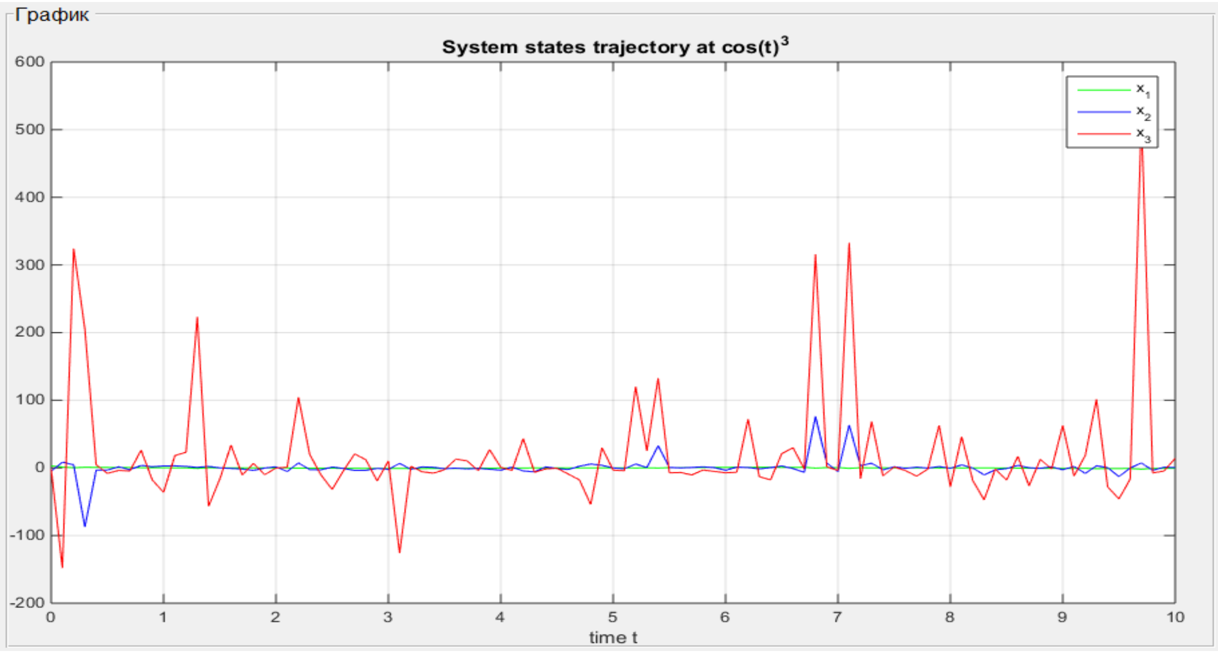
3) Берілген жүйенің барлық күйлерінің шектелгендігінің айғағы 2.13 суретте көрсетілді.



Сурет 2.11 – $L = 100$ шамасы үшін $x_1(t)$ және $y_r(t)$ траекториялары



Сурет 2.12 – $L = 100$ шамасы үшін бақылау қателігінің траекториясы



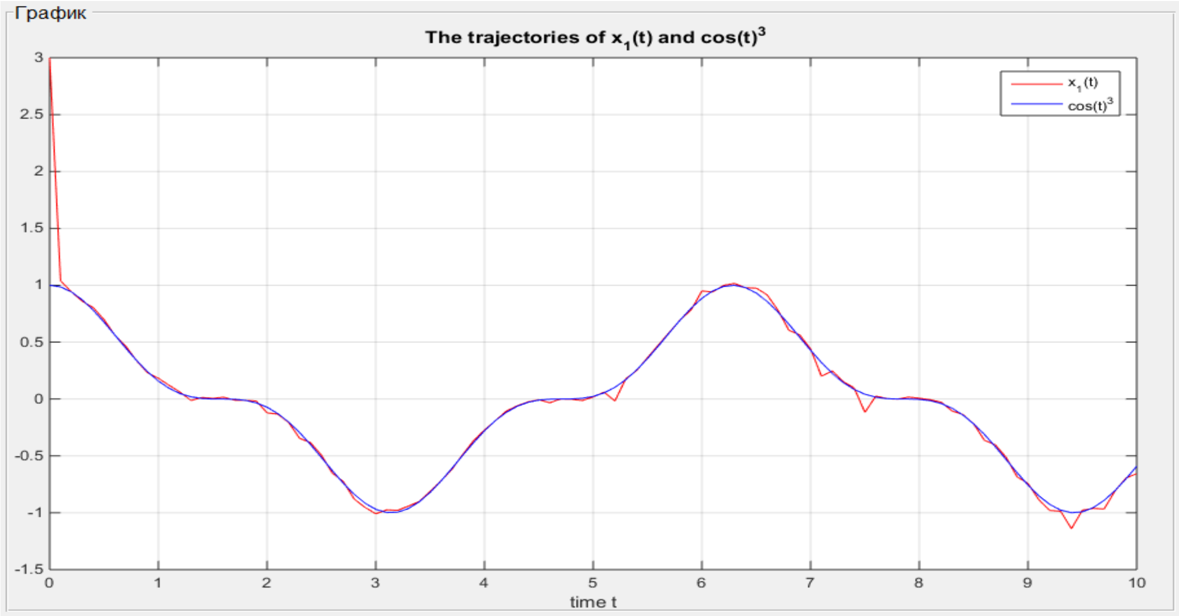
Сурет 2.13 – $L = 100$ шамасы және тірек сигналы $y_r = (\cos(t))^3$ үшін жүйе күйлерінің траекториялары

Еркін параметр L=700 болғанда, келесі нәтижелерге қол жеткіздік:

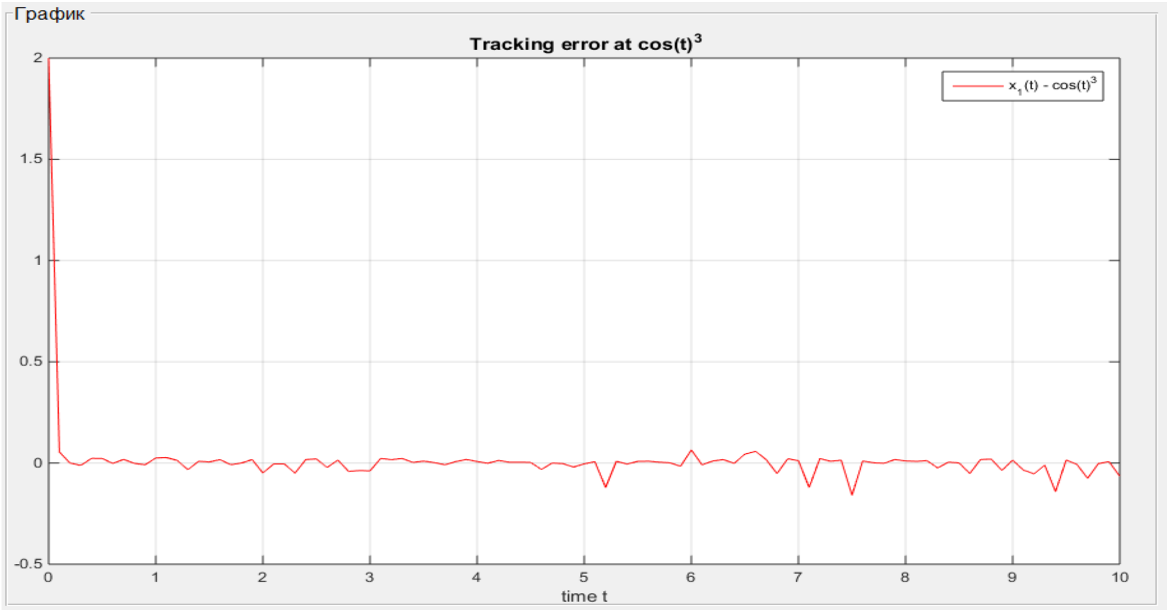
1) Тірек сигнал мәні $y_r = (\cos(t))^3$ үшін ізіне түсу траекториясы 2.14 суретте көрсетілді;

2) Бақылау қателігі 0,2 шамасында (2.15 сурет);

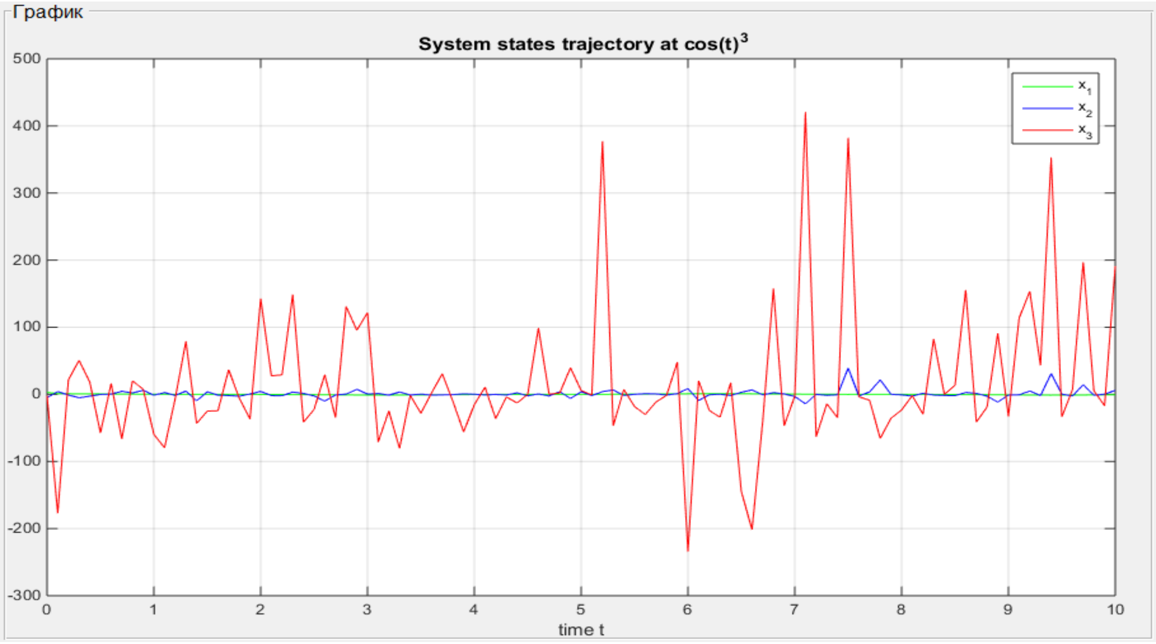
3) Берілген уақыт кешігуі бар жүйенің барлық күйлерінің шектелгендігі 2.16 суретте көрсетілді.



Сурет 2.14 – $L = 700$ шамасы үшін $x_1(t)$ және $y_r(t)$ траекториялары



Сурет 2.15 – $L = 700$ шамасы үшін бақылау қателігі



Сурет 2.16 – $L=700$ шамасы және тірек сигналы $y_r=(\cos(t))^3$ үшін жүйе күйлерінің траекториялары

Алынған нәтижелерге талдау жүргізу. Жоғарыда қарастырған мысалда уақыт кешігу параметрі d бар. Бұл диссертациялық жұмыста p-нормал түріндегі сызықтық емес болған жүйелермен қатар, p-нормал түрдегі уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелер де зерттелді. $d=1$ мәнінде берілген жүйенің бірінші теңдеу күйі мен таңдап алынған мерзімді сигнал айырмашылығына талдау төмендегі 2.4 және 2.5 кестелерде көрсетілді.

Кесте 2.4 – Уақыт кешігу параметрі қатысқан сызықтық емес жүйенің бірінші теңдеу күйі мен тірек сигналдары арасындағы қателік кестесі

L	y_r	x_1-y_r	y_r	x_1-y_r
100	$\sin\left(\frac{t}{3}\right)+\sin(t)$	1,182960	$(\cos(t))^2$	1,380631
300		0,800768		1,135224
500		0,555128		0,819673
700		0,364994		0,376236
900		0,157663		0,090964
1100		0,031358		0,028719

Кесте 2.5 – Уақыт кешігу параметрі қатысқан сызықтық емес жүйенің бірінші теңдеу күйі мен тірек сигналдары арасындағы қателік кестесі

L	y_r	$x_1 - y_r$	y_r	$x_1 - y_r$
100	$(\sin(t))^3$	1,249774	$(\cos(t))^3$	**1,176480**
300		1,004214		0,905981
500		0,721828		0,598415
700		0,330631		**0,202065**
900		0,141299		0,122809
1100		0,017916		0,016155

Салыстыру кестелеріне сай тірек сигналын қалай таңдасақ та, ізіне түсу қателігі шамалас екендігін байқауға болады. Бұл зерттеуде басқару теңдеуіне қатысушы жүйенің сызықтық еместігіне үстемдік етуші еркін параметр $L \geq 1$ мәні үлкен рөл атқарады. $L \geq 1$ еркін параметр мәні өскен сайын ізіне түсу қателігінің азайып бара жатқандығын көру қиын емес. Демек диссертациялық жұмыста дәлелденген L еркін параметрін үлкен етіп таңдау арқылы қажетті нәтижеге қол жеткізуге болады.

2.5 Бір буынды робот-манипулятор қозғалысын басқару және бақылау

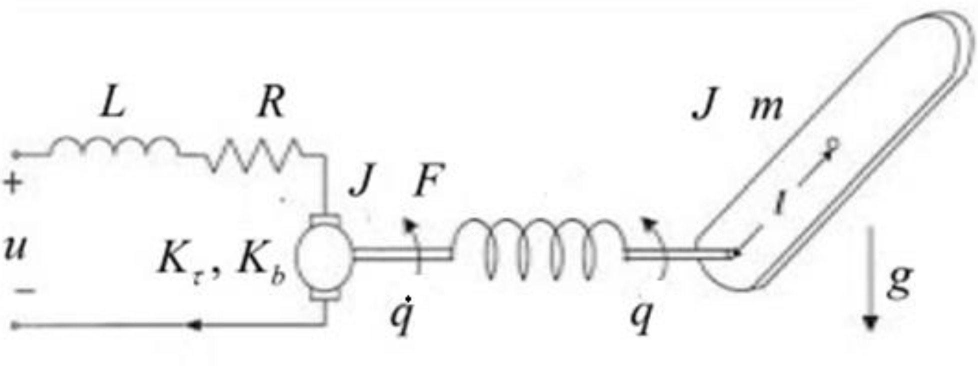
Робототехника – қазіргі кездегі технология қарыштап дамыған заманда өндірісте, тұрмыста, медицинада кең қолданылыс үстіндегі технология саласы болып келеді. Роботтық қондырғылар мен қосымшалары негіздерін түсіну электротехникалық, машина жасау, жүйелік және де өнеркәсіптік машина жасау, информатика саласын, экономикалық және математикалық білімдерінің болуын талап етеді. Робототехниканы басқару және өндірісті автоматты басқару салаларындағы проблемаларды шешу мақсатында автоматты басқару теориясы, өндірістік технология, қосымшаларды жасау және білім инженериясы тәрізді жаңа инженерлік салалар жарыққа шықты.

Біздің міндет – өнеркәсіптік бір буынды робот-манипулятор қозғалысының теңдеуін шешуде өзіміз құрған алгоритм арқылы нәтижеге қол жеткізу болып табалады. Зерттеу жұмысының бұл бөлімшесі робототехника негіздерін зерттеуге, соның ішіндегі өндірістік бір буынды робот-манипулятор қозғалыс дірілін тұрақтандыру және басқару есептерінде сызықтық емес жүйе үдерістерін пайдаланып, нәтиже алуға арналады. Соңғы отыз жыл шеңберінде робототехника ілімі қарқынды өсті, бұған бңрден бір себеп компьютерлік және сенсорлық технологиялар салаларындағы қарқынды нәтижелер, сонымен қатар басқару/бақылау және автоматты басқару/автоматты бақылау салаларындағы теориялық жетістіктер ықпал етті. Қазіргі уақытта роботтарға арналған қосымшалардың басым көпшілігі құрылымдалған фабрикалық орталарда жұмыс істейтін өнеркәсіптік роботтар-манипуляторлар көмегі арқылы жұмыс істейді.

2.5.1 Бір буынды робот-манипулятордың аппараттық-жабдықтамалық құрылымы

Бірінші бөлімде қарастырған сызықтық емес жүйелерді басқару жәе уақыты кешіккен сызықтық емес жүйелерді басқару есептерін периодты техникалық жүйелерді басқарудың қолданбалы есептерін шешу үшін де қолдануға болады. Ол қолданбалы техникалық жүйелер қатарына роботтық манипулятор қолдарды, өнеркәсіптік қондырғыларды және бірегей құрамдас бөлшектерді шығаратын программаланған құрылғыларды, құрастыру және өңдеу жүйелерін, циклдік жүйелерді, т.б. жатқызамыз. Біз қарастыратын бір буынды роботтық құрылғының қозғалыс теңдеуі барлық жағдайлардағы орындаушы механизм жұмыс кезеңдерінің қозғалысы циклдік (немесе уақыт бойынша мерзімді) болуына арналады. Олай болса жүйеде әркезде серпінді, жылулық деформациялар, электрлі-акустикалық бұзылулар, серпінді тербелістер мен серпінді дірілдер әрбір жұмыс циклінде тең көрініс табады.

Берілген диссертациялық жұмыстағы есепті шешудің теориялық әдіс-тәсілдерін, ұсынылған алгоритмдерді пайдалана отырып, қарапайым байланыстырушы робот-манипуляторды басқару есебін қараймыз, оның шығыс сілтісімен айналмалы қозғалысы сілтеме мен қоздырушы серпінді байланыс арқылы аяқталады. 2.17 суретте бір буынды робот-манипулятор моделі бейнеленді.



Сурет 2.17 – Электрлік және механикалық бөлімдерден тұратын бір буынды робот-манипулятор.

Робот-манипулятордың қозғалмайтын шеті арқылы қозғалтқыш осьтің айналасында айналғанда, көлденең діріл туындауы мүмкін. Қозғалтқыштың айналмалы сәті қозғалтқыштың берілген бұрышқа айналатындай етіп, икемді иінтіректің дірілін бір мезгілде тұрақтандыра отырып, айналу соңында мүмкіндігінше тезірек тоқтайтындай етіп реттелуі тиіс. Бұл жұмыста біз алдымен жеке туынды теңдеуді және дірілді басқаратын шекаралық шарттар жиынтығын шығарамыз. Әрі қарай датчиктер шығыс сигналы көмегімен динамикалық компенсаторды қамтитын кері байланысты басқару жобаланды. Басқару тиімділігін көрсету үшін дірілдің датчигі ретінде тензометриялық датчик, ал контроллер орнына микрокомпьютер пайдаланылған бірқатар эксперименттер орындалды. Орындалған эксперименттерде қанағаттанарлық практикалық нәтижелер алынды, компьютерлік моделі MatLab арқылы есептелді.

2.5.2 Бір буынды робот-манипулятор қозғалысын басқару алгоритмін және математикалық моделін құру

Жоғарыдағы 2.2 бөлімшеде құрылған контроллердің тиімділігін көрсету үшін біз модельдеудің келесі практикалық және сандық үлгісін құрамыз. Қозғалтқыштың динамикасы және ауытқулары ескерілген бір буынды топсалы-біріктірілген роботты қарастырайық. Бұл жүйенің динамикалық теңдеуін М. Спонг, С. Хатчинсон және М. Видьясагар [94] төмендегіше берген:

$$\begin{aligned} &D\ddot{q} + B\dot{q} + N\sin(q) = \tau + \tau_d, \\ &M\dot{\tau} + H\tau = u - K_m\dot{q}. \end{aligned} \tag{2.65}$$

Мұндағы: $q, \dot{q}$ және $\ddot{q}$ – сәйкесінше робот буынының позициясы, жылдамдық және үдеу белгілеулері; τ - электрлік ішкі жүйе әсерінен бұралу сәті, $\tau_d = \sin(q(t-d))$ - бұралу уақытындағы ауытқу, d - белгісіз уақыт кешігуі; u - электромеханикалық сәтті белгілеу үшін қолданылатын басқарушы кіріс шама; $D = 1kg \cdot m^2$ - механикалық инерция; $B = 1Nm\,s/rad$ - робот буынындағы үйкеліс коэффициенті; $N = 10$ - жүктің массасы мен гравитация коэффициентіне байланысты оң тұрақты; $M = 0.2H$ - ротор индуктивтілігі; $H = 0.2\Omega$ - ротор кедергісі, $K_m = 10Nm/A$ - кері электрқозғалтқышының күш коэффициенті.

Тегіс координат түрлендіруін келесіше енгіземіз:

$$\begin{aligned} &x_1 = q, \\ &x_2 = \dot{q}, \\ &x_3 = \tau \end{aligned} \tag{2.66}$$

олай болса, (2.65) жүйе келесі түрге ауысады:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2 dt, \\ &\dot{x}_2 = x_3 dt - 10\sin(x_1) - x_2 + \sin(x_1(t-d)), \\ &\dot{x}_3 = u dt - 10x_2 - 5x_3. \end{aligned} \tag{2.67}$$

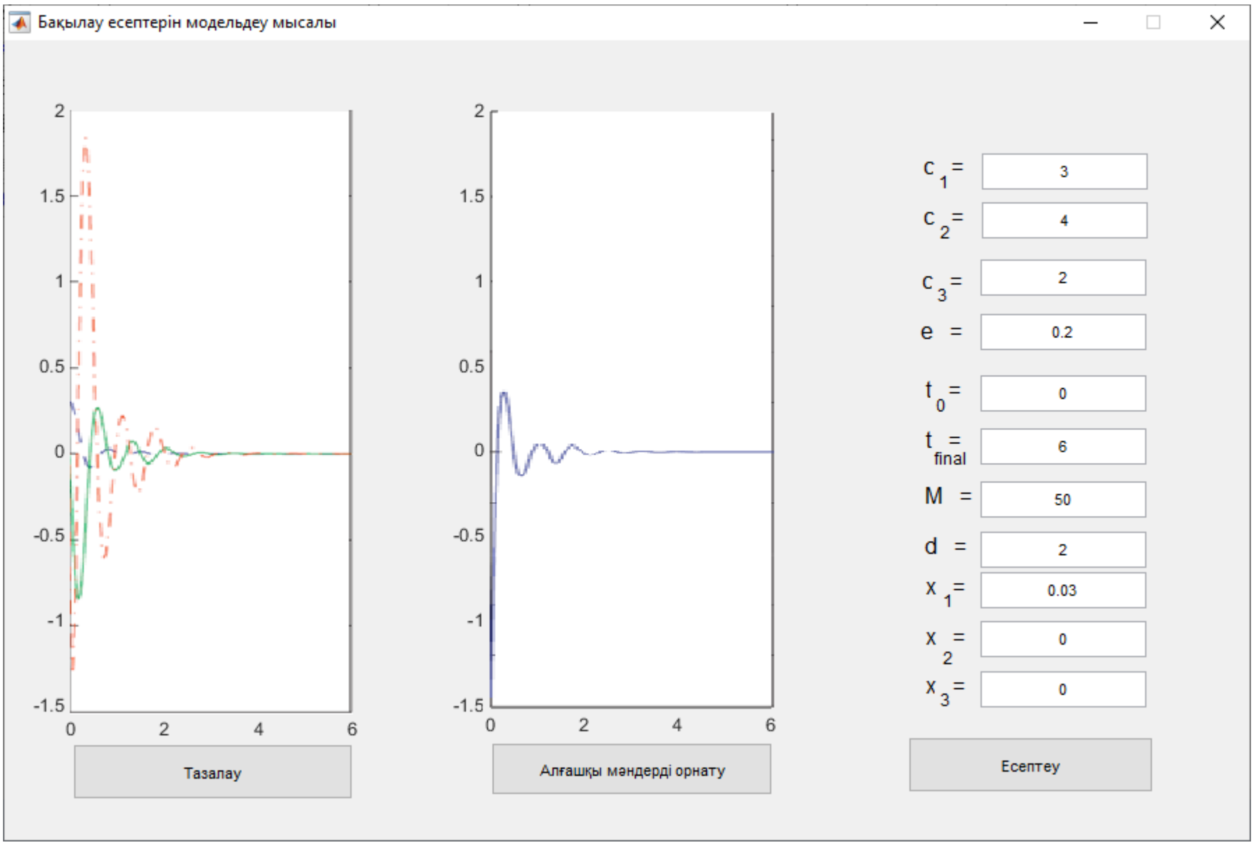
Мұндағы: x_1, x_2, x_3 - жүйе күйі және u - басқару немесе кіріс сигнал. 2.2 бөлімшедегі жобалау алгоритмінен кейін контроллерді келесі түрде таңдаймыз:

$$z_1 = x_1,\ z_2 = x_2 - \alpha_2,\ z_3 = x_3 - \alpha_3$$

Мұндағы:

$$\begin{aligned} &\alpha_2 = -z_1\beta_1, \quad \alpha_3 = -z_2\beta_2, \\ &u = -z_3\beta_3, \quad \dot{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2}\Gamma|z_i|^3 - \hat{\theta}. \end{aligned}$$

Мұндағы: $\beta_1 = c_1 + \Phi_1(\hat{\theta}),\ \beta_2 = c_2 + \Phi_2(\hat{\theta}),\ \beta_3 = c_3 + \Phi_3(\hat{\theta}),\ \Gamma > 0,\ c_1 > 0,\ c_2 > 0$ мәндері конструкциялық константалар болып табылады. $i = 1,2,3$ үшін $0 < \varepsilon_i < 1$ және $\xi_i > 0$ тұрақтылар, $\Phi_i(\cdot) = (3\Psi_i/4)^{4/3}(1/3\xi_i)^{1/3}$ және $\Psi_i(\cdot) = 1 + \left(\sqrt{1+\hat{\theta}^2}/2\right) + \left(\varepsilon_i^2/2\right)$. Компьютерде модельдеу нәтижесі 2.18 суретте берілді.



Сурет 2.18 - x_1, x_2, x_3 тұйық жүйелердің және u траекториялары

Компьютерде үлгілеуде басқару тұрақтылары: $c_1 = 3,\ c_2 = 4,\ c_3 = 2,\ \varepsilon_i = 0.2,\ \xi_i = 0.01\ (i = 1,2,3)$ және $M = 50$ [95]. Алғашқы күйлер $x_1(0) = 0.03,\ x_2(0) = 0,\ x_3(0) = 0$ және $\hat{\theta}(0) = 0.$ $d = 2$ шамасына сай басқару нәтижесі, басқарудың тиімділігі график арқылы дәлелденді.

Екінші бөлім бойынша қорытынды

Бұл бөлімде зерттеу жұмысындағы басқаруды жобалау және құрудағы пайдаланылған леммалар берілді. Диссертациялық жұмыстың басты нәтижелерін дәлелдеуде негізгі рөлге ие болған біртекті жүйелер, біртекті векторлық өрістер, біртектілік терминдеріне қатысты басты-басты анықтамалар, ұғымдар қаралды. Жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау проблемасы зерттелді. Атап айтқанда, біз қарастыратын p-нормал формадағы сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналдарын бақылау есебінің математикалық моделін құрып, Ляпуновтың тура әдісі, біртекті үстемдік әдісі, «компенсатор-контроллер» біріккен әдісі, сигнум функция біріккен әдістері көмегімен басқару теңдеуін таптық.

Теориялық зерттеу, дәлелдеу нәтижесінде қол жеткізген жетістіктерді компьютерде модельдеу MatLab қосымшасы арқылы жүзеге асырылды. Бағдарламалық жасақтамасы құрылып, оның нәтижесіне талдау жүргізілді. Әдетте, жүйенің кейбір күйлері немесе барлық күйлері өлшеуге болмайтын жағдайда шығыс сигналын бақылау жүзеге асырылатындығы белгілі. Бұл бөлімде жүйенің күйлерін өлшеуге болатын жағдай үшін күй сигналын пайдаланып, берілген тірек сигнал ізіне түсіру есебі де қарастырылды. Күй сигналын кері байланысты пайдаланып бақылау есебінің математикалық моделі құрылып, сандық есептеу жүргізу арқылы нәтижесі дәлеледеніп, талдау жүргізілді. Сонымен бірге уақыт кешігу жағдайы қатысқан *p*-нормал формадағы сызықтық емес жүйелер класы үшін де бақылау/басқару үлгісі зерттеліп, математикалық моделі құрастырылды. Бірінші тарауда тоеремасы келтірілген Ляпунов-Красовский функционалы көмегімен сызықтық емес функцияларға үстемдік ету арқылы жүйені басқару/бақылау жүзеге асырылды. Сандық есептеу MatLab қосымшасында есептелді және нәтижесіне талдау жүргізілді. Сонымен қатар бір буынды робот-манипулятордың аппараттық-жабдықтамалық құрылымы беріліп, сол бір буынды робот-манипулятордың қозғалысын тұрақтандырудың алгоритмі алынды. Бір буынды робот-манипулятор қозғалысын басқару алгоритмі және математикалық моделі құрылып, MatLab қосымшасында сандық есептеу жүргізілді.

3 СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІ БАҚЫЛАУ ЕСЕПТЕРІНЕ БАҒДАРЛАМАЛЫҚ КЕШЕН ҚҰРУ

Басқару теориясының әдіс-тәсілдері технологияда да, әлеуметтік-экономикалық салаларда да, жаратылыстану ғылымында да кең пайдаланылатын білімнің пәнаралық саласы болып келеді. Бұл ғылым саласының негізінде басқару объектісінің, процестің жай-күйі жайлы ақпаратқа негізделген басқару және шешім қабылдаудың мақсат-міндеттерін айқындайтын басты қолданбалы үрдістер жатыр. Басқару күрделі техникалық міндет ретінде теориялық мәселелерді шешуді, сонымен қатар басқару объектісінің күйін анықтауға және өзгертуге және шешім қабылдау жүйесіне байланысты болған есептерді шешуді қарастырады. Басқару теориясы – физика ғылымынан кейінгі ірі ғылым, мұнда әлемді ұғыну және өзгерту мақсатында ең күрделі, ең терең математикалық зерттеулер қолданылады [96]. Бұл тарауда біз зерттеу жұмысының мақсат-міндеттеріне сай құралған алгоритмдерді бағдарламалық және аппараттық-бағдарламалық қамтамасыз ету қасиеттерін зерттейміз. Бағдарламалық кешен құру үшін біз MatLab графикалық интерфейсі бар қосымшалар құруға бағдарланған GUIDE ортасын таңдаймыз [97].

3.1 Әзірленген алгоритмдерді компьютерлік модельдеудің артықшылығы

Компьютерде үлгілеу математикалық модельдеуге негізделіп құрылады. Математикалық модель дегеніміз – зерттелетін объектінің ең негізгі қасиеттерін математикалық қатынастар жүйесі түрінде, яғни, формулалар, теңдеулер немесе теңсіздіктер, жүйелер және таңбалық логикалық өрнектер түрінде т.б. ұсыну. Компьютерлік үлгілеу күрделі, пайдаланылуы қиын жүйелерді алдын-ала зерттеудің ең сенімді әдістерінің бірі де бірегейі болып келеді. Компьютерлік үлгілердің тиімділігі: зерттеу объектісінің немесе объектілердің тұтас класының қасиеттерін, ерекшеліктерін анықтайтын басты әсерлерді табуға, үлгіленетін объектінің параметрлері мен бастапқы күйлерінің өзгерісін зерттеуге мүмкіндік береді. Компьютерлік үлгілеудің төмендегідей негізгі кезеңдері бар:

- есептің қойылымы, үлгіленетін басқару объектісін айқындау. Бұл кезеңде үлгіленетін басқару объектісі жайлы мәлімет жинақталады, проблеманы концепциялау жүргізіледі, мақсат-міндеттер анықтау сынды іс-әрекеттер жүзеге асырылады;
- басқару объектісін талдау және зерттеу. Жүйеге талдау жасау, объект қасиеттерін зерттеу, объектінің мәліметтік үлгісін даярлау, техникалық, бағдарламалық ортаны, қосымшаларды таңдау;
- математикалық үлгілеуге көшу, басқару объектісінің алгоритмін жарату. Алгоритмді жобалау әдіс-тәсілін таңдау, алгоритмді жазу нысанасын таңдау, тестілеу әдістемесін таңдау, алгоритмді жобалау және құру.
- бағдарламалау, үлгілеу үшін бағдарламалаушы тілді не қолданбалы ортасын таңдау, мәліметтерді ұсыну әдіс-тәсілдерін нақтылау, таңдаған бағдарламалау ортасы жәрдемінде алгоритмді орындау.

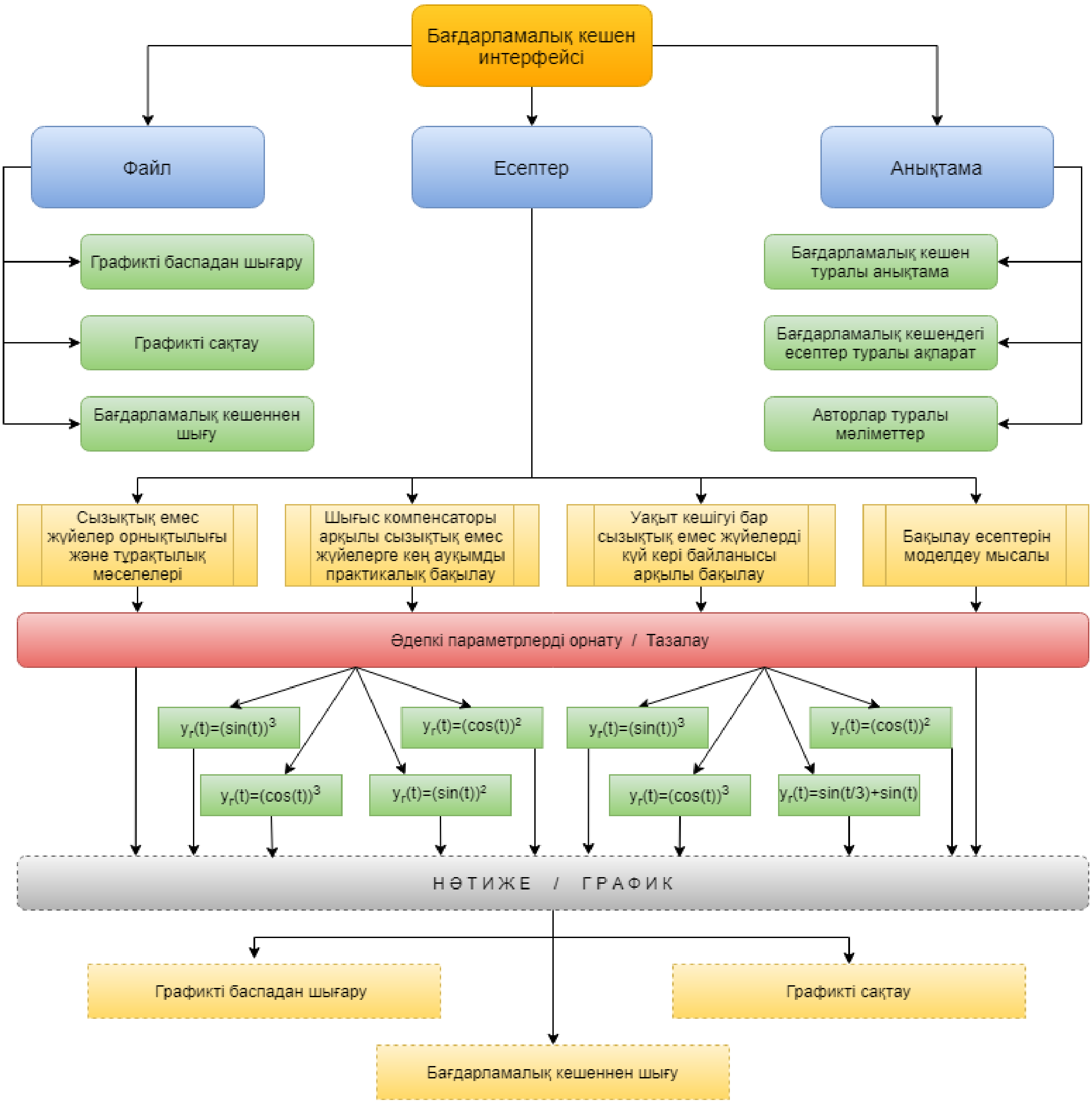
- есептеу эксперименттерін жүргізу – құрылымды жетілдіру, тестілеу есептеулерін орындау және тестілеуден алған нәтижелерге талдау жасау, бағдарламадағы қателіктермен жұмыс жүргізу;
- нәтижелерге сараптама жүргізу, түсіндіру және ұсыну. Егер нәтиже қанағаттанарлық болмаған жағдайда, бағдарламаны не үлгіні қайта қарау.

Берілген зерттеу жұмысындағы бағдарламалық кешен құру мақсатында таңдалған Matlab GUI бағдарламалау ортасында жұмыс жасау – өте қарапайым және баршаға түсінікті графикалық интерфейске ие. Басқару элементтері (батырмалар, ашылмалы тізімдер және т.б.) тінтуірдің көмегімен орналастырылады, содан кейін қолданушы осы басқару элементтеріне кірген кезде пайда болатын жағдаяттар бағдарламаланады. Бағдарлама бір негізгі терезеден немесе бірнеше терезелерден тұруы мүмкін. Ол графикалық және мәтіндік ақпаратты негізгі қолданбалы терезеде сондай-ақ бөлек терезелерде көрсете алады. MatLab-тың бірқатар функциялары файлды ашу және сақтау, басып шығару, қаріпті таңдау, деректерді енгізу терезесі және т.б. үшін жергілікті қосымшаларда қолдануға болатын стандарттық диалогтық терезелерін құруға арналған [97].

GUI қосымшаларын құру үшін нені білу керек? Біріншіден, қосалқы функциялары бар файл функциялары қалай бағдарламаланғаны туралы және кіріс және шығыс дәлелдерінің өзгермелі саны бар файл функциялары туралы түсінік болу керек. Екіншіден, графикалық объектілердің иерархиялық құрылымы мен қасиеттері туралы түсінікке ие болу керек және оларға сілтегіштерді өңдей білу керек. Сондай-ақ кіріктірілген бағдарламалау тілінің құрылымдарын пайдалану қиын болмауы керек.

3.2 Бағдарламалық кешен архитектурасы

Бағдарламалық кешеннің жұмыс істеу процесінің сипаттамасы қарапайым. Төменде келтірілген 3.1 суретте Matlab GUIDE бағдарламасындағы бағдарламалық кешеннің draw.io Desktop ортасында құрылған жұмыс істеу процесінің сызбасы берілді. Ол бойынша Қолданушы алдымен «Program complex: Tracking of Nonlinear Systems» бағдарламалық кешенінде 3 негізі мәзірге өтеді. Ол мәзірлер сәйкесінше File, Tasks, Information деп аталды. Файл мәзірінде бағдарламалық кешеннен шығу, графикті баспадан шығару немесе графикті *.pnp, *.jpg (т.б.) форматтарда сақтауға мүмкіндік бар. Есептер бөлімінде диссертациялық жұмыс нәтижері болып табылатын төрт негізгі есеп берілген. Олар: Stability and Stabilization of Nonlinear Systems, Robust Tracking of Nonlinear Systems by Output Compensator, Global Practical Tracking for a Class of Nonlinear Time-Delay Systems, Simulation example: A single-link robot. Есептердің әрқайсысында жүйенің алғашқы параметрлерін, еркін параметр шамасын, уақытты, қадамды және тірек сигналын таңдауға болады. Әрбір есеп бойынша нәтижені «Есептеу» батырмасын басу арқылы экранның сол жағында орналасқан графиктен көруге болады. Егер алғашқы параметрлер немесе уақыт қате көрсетілсе, қате туралы хабарлама беріледі.



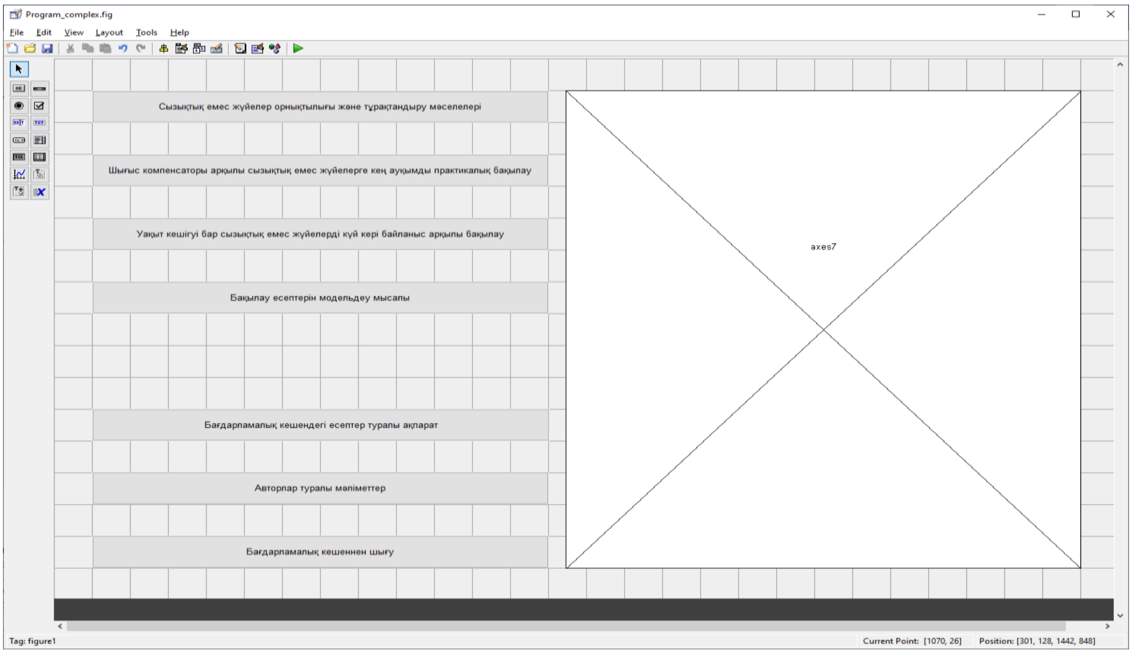
Сурет 3.1 – Бағдарламалық кешеннің draw.io Desktop ортасында құрылған жұмыс істеу процесінің сызбасы

3.3 Бағдарламалық кешен құру

Диссертацияның міндеттеріне сай бағдарламалық кешен құруда графикалық пайдаланушылық интерфейсі бар қосымшаларды құру кезінде MatLab R2014b анықтама жүйесінің келесі бөлімдерінен тиістілерін пайдаландық:

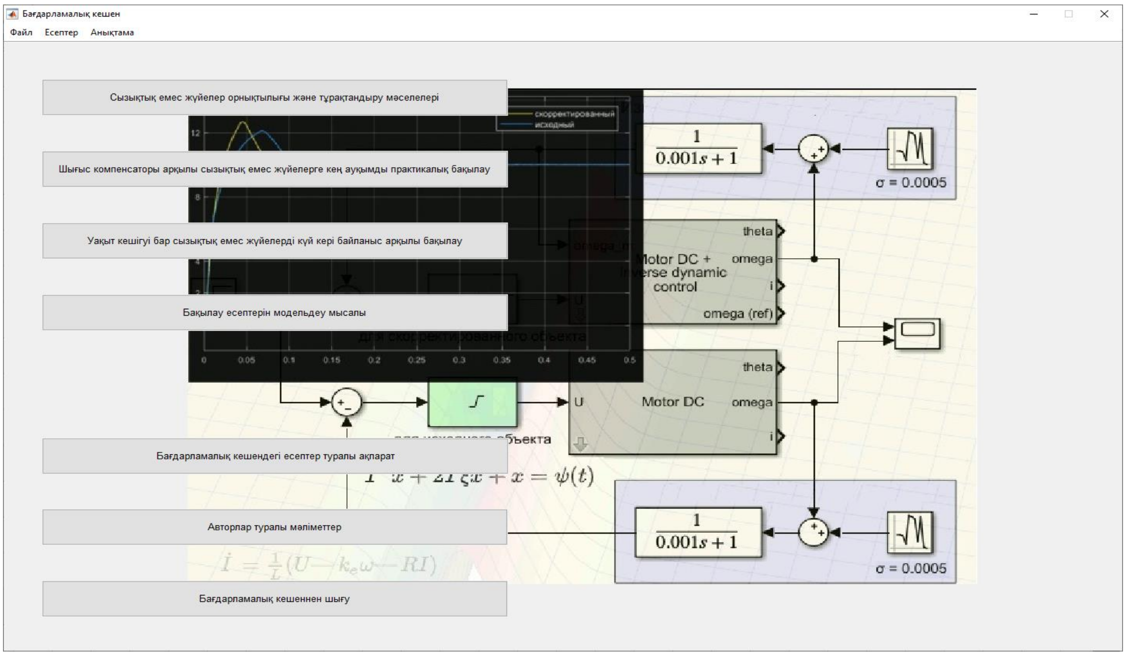
– "MATLAB: Creating Graphical User Interfaces".
– "MATLAB: Functions -- Categorical List: Creating Graphical User Interfaces"
– "MATLAB: Handle Graphics Property Browser" (графикалық нысандардың қасиеттерінің анықтамалығы).

Бағдарламалық кешен интерфейсін құруда 7 - Push Button, 1 – Axes, 1 – Panel компоненттері және Menu Editor көлденең мәзірі қолданылды (3.2 сурет).



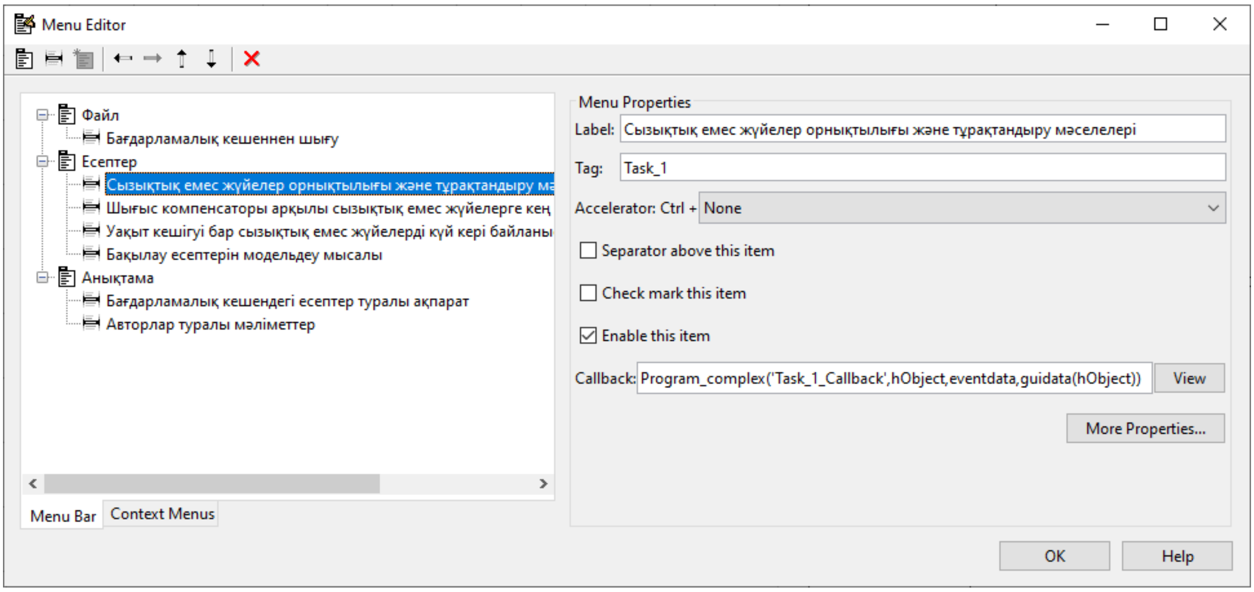
Сурет 3.2 – Бағдарламалық кешен интерфейсін құру процесі

Бағдарламалық кешеннің алғашқы беті негізгі мәзірден: Файл, Есептер, Авторлар туралы ақпараттан тұрады; сонымен қатар бағдараламалық кешенге таптастырылған диссертациялық зерттеудегі төрт негізі есеп: *Сызықтық емес жүйелер орнықтылығы және тұрақтандыру мәселелері; Шығыс компенсаторы арқылы сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау; Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді күй кері байланыс арқылы бақылау; Бақылау есептерін модельдеу үлгісі* берілді. 3.3 суретте құрылған бағдарламалық кешен интерфейсі бейнеленген.



Сурет 3.3 – Бағдарламалық кешен интерфейсі

Сондай-ақ аталған бағдарламалық кешен үшін құрылған «Program complex Robust Tracking of Nonlinear Systems by Output Compensator» атауға ие ЭЕМ-ге арналған бағдарламаға алған авторлық құқық куәлігі бағдарламалық кешенге енгізілді. 3.4 суретте бағдарламалық кешен құру процесіндегі негізгі мәзір элементтерін құру үдерісінің суреті келтірілді.



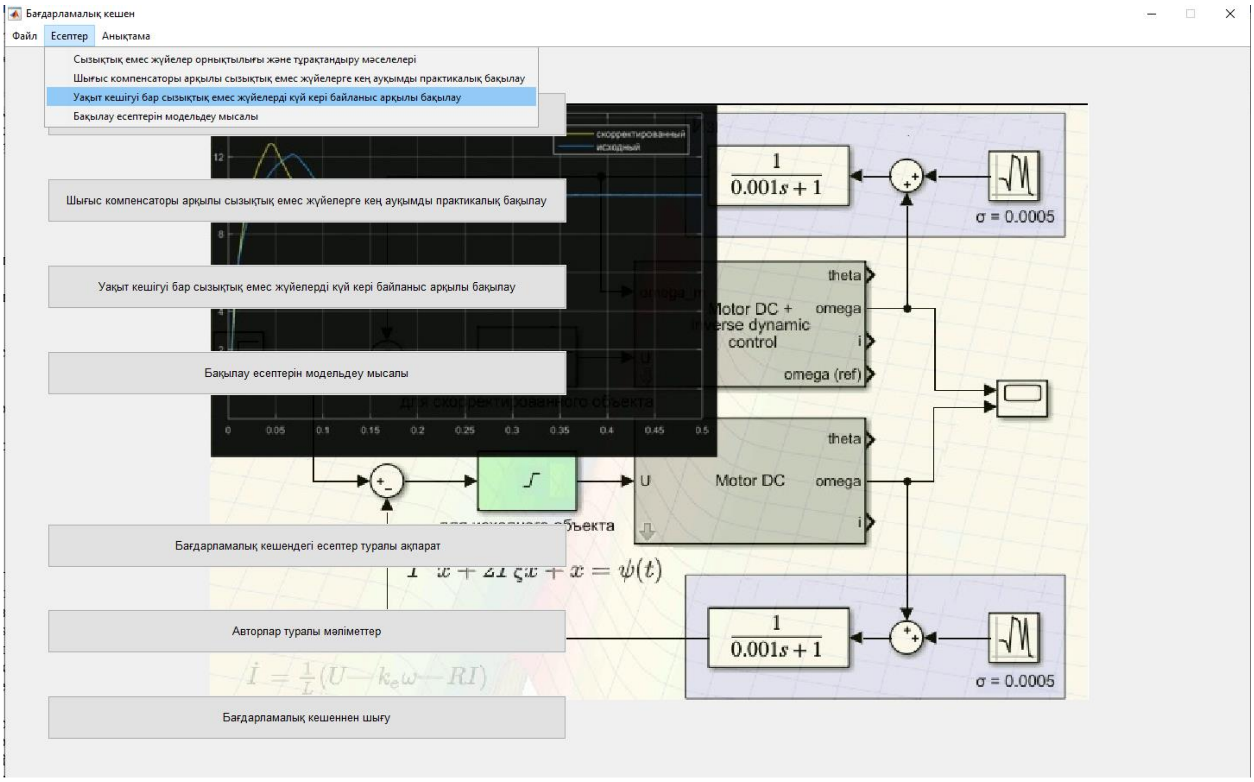
Сурет 3.4 – Бағдарламалық кешен құруда негізгі мәзір элементтерін анықтау процесі

Графикалық интерфейс қатысқан қосымшалар MATLAB жүйесін қолданушылар арасында жылдам танымал болды, алайда Матлаб тілінде мұндай қосымшаларды құру қарапайым пайдаланушылар үшін де, аралық бағдарламалаушылар үшін де қиындау. Осының әсерінен MATLAB жүйесінің соңғы нұсқаларында визуалды бағдарламалауға бағытталған сондай-ақ GUI жәрдемінде қосымшаларды жобалау/құру үшін арнайы құралдар жасалынды. Бұл диссертациялық жұмыста бағдарламалық кешен құру мақсатында пайдаланылған функциялардың құрамы келесідей:

1) GUIDE - графикалық интерфейс дизайнері;
2) Property Inspector - қасиеттер инспекторы;
3) Object Browser - объектінің шолушысы;
4) M-file Editor - M-файл редакторы;
5) Component Callbacks - компоненттер үшін оқиғаларды өңдеу функцияларын құруға арналған құрал;
6) Figure Callbacks - терезе оқиғаларын өңдеуге арналған функцияларды құруға арналған құрал;
7) Align Objects - объектілердің позицияларын туралауды білдіреді;
8) Grid and Rules - тордың шығуын және бақылау сызғыштарын басқару;
9) Menu Editor - мәзір редакторы қосымшасы;

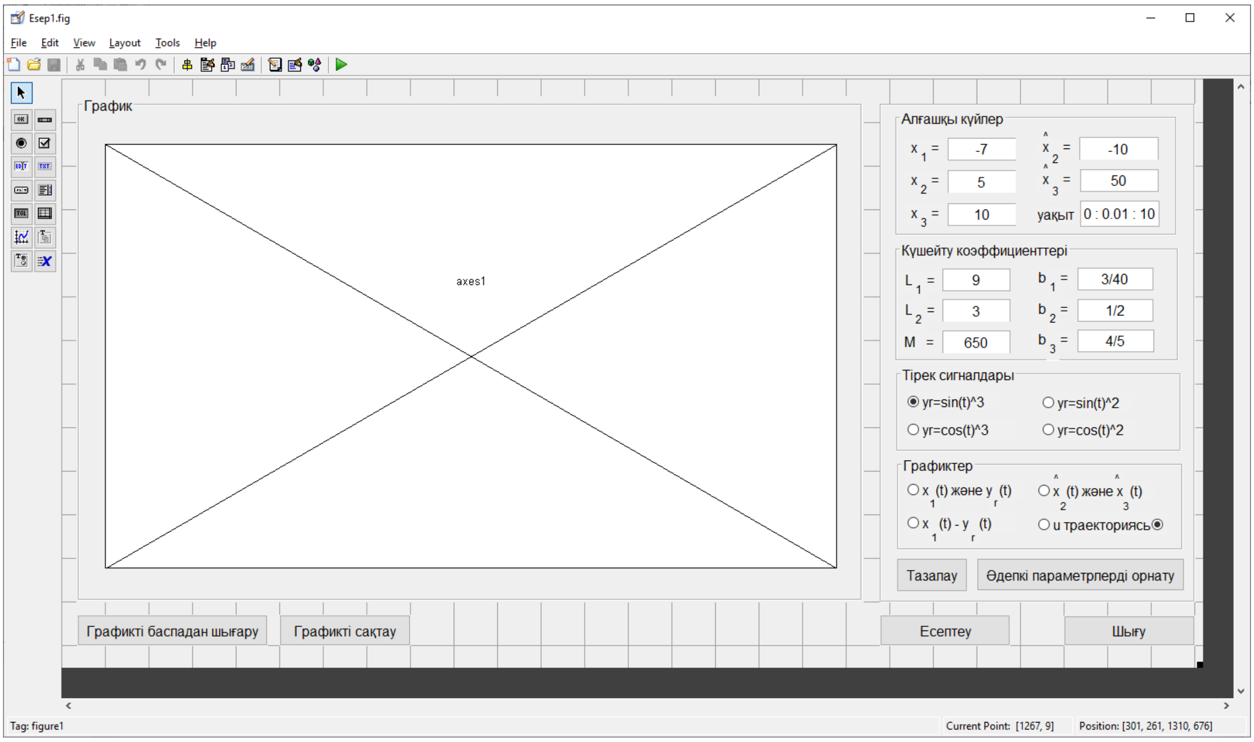
10) The Order Editor - Tab пернесін басқандағы компоненттерді іске қосу тәртібін өзгерту құралы.

Жоғарыда берілген Menu Editor - мәзір редакторын пайдаланып құрылған бағдарламалық кешен көрінісі 3.5 суретте берілді.

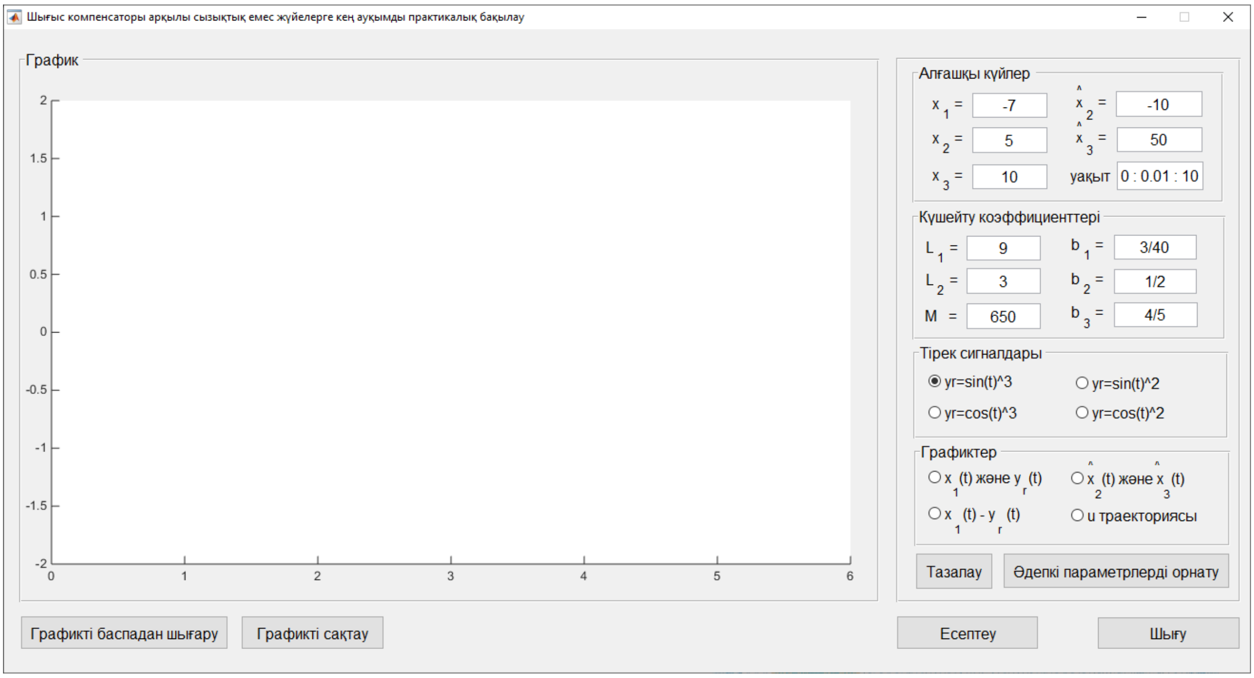


Сурет 3.5 – Бағдарламалық кешендегі мәзір элементтері

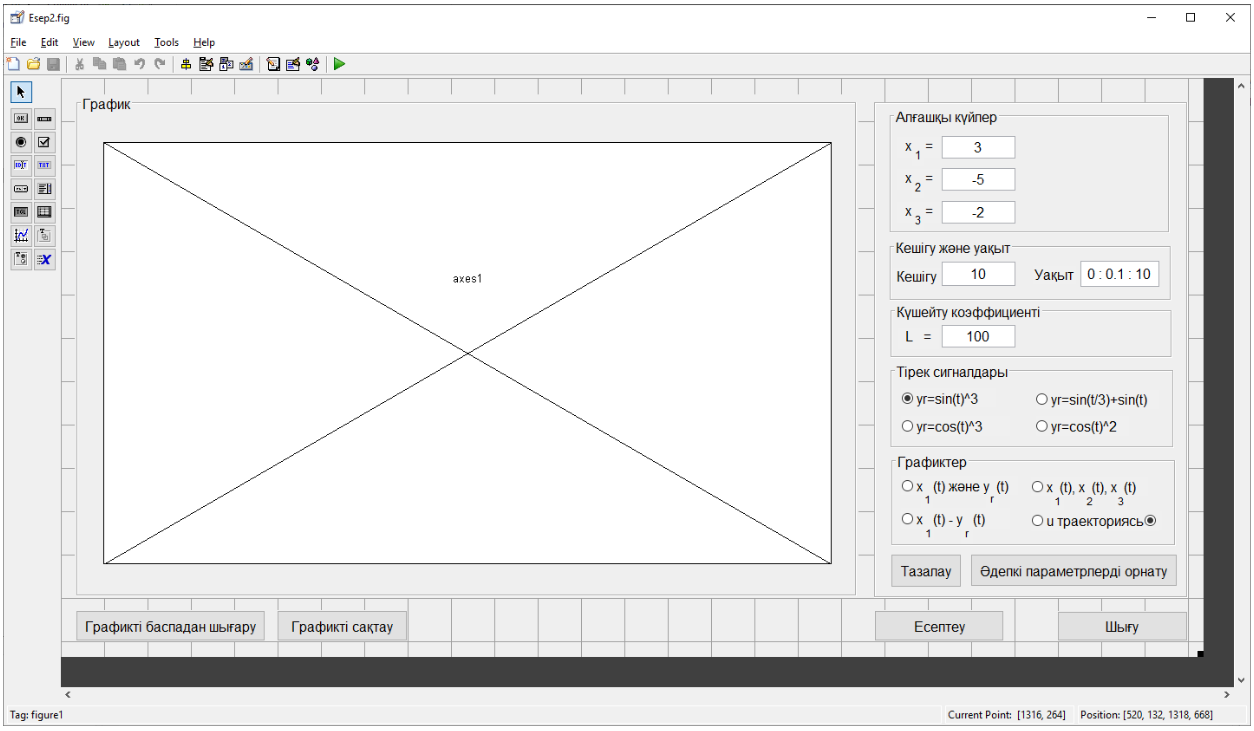
GUI бар бағдарлама бір терезеден (негізгі) немесе бірнеше терезеден тұруы мүмкін және графикалық, мәтіндік мәліметтерді қосымшаның негізгі терезесіне де, бөлек терезелерге де шығаруға болады. MATLAB ортасында файлдарды ашу және сақтау, басып шығару, мәтіндік нысандар үшін қаріп таңдау, мәліметтерді енгізуге арналған терезелер құру үшін стандартты тілқатысу терезелерін құруға арналған бірқатар функциялар бар. Бұл құралдарды (нысандарды) қолданушы қосымшаларында қолдануға болады. Мысалы, диссертациялық жұмыста берілген есептер 3.6 сурет, 3.7 сурет және 3.8 сурет, 3.9 суреттерде негізгі терезеден бөлек қосымша терезелерде орындалды.



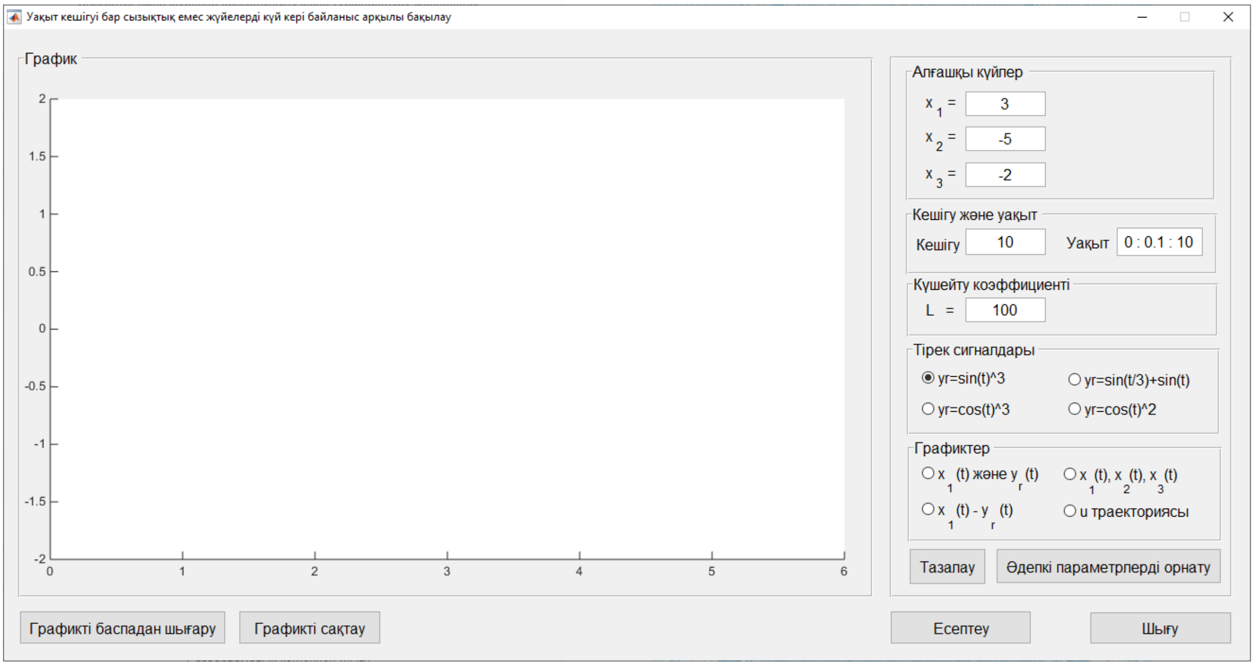
Сурет 3.6 – Бағдарламалық кешендегі *Шығыс компенсаторы арқылы сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау* есебінің терезе көрінісі



Сурет 3.7 – Бағдарламалық кешендегі *Шығыс компенсаторы арқылы сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау* қосымшасын іске қосқандағы терезе көрінісі



Сурет 3.8 – Бағдарламалық кешендегі *Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді күй кері байланыс арқылы бақылау* есебінің терезе көрінісі



Сурет 3.9 – Бағдарламалық кешендегі *Уақыт кешігуі бар сызықтық емес жүйелерді күй кері байланыс арқылы бақылау* қосымшасының іске қосқандағы терезе көрінісі

Үшінші бөлім бойынша қорытынды

Диссертациялық зерттеу жұмысының бұл бөлімінде алдыңғы 2 бөлімде негіздемесі берілген сызықтық емес жүйелерді орнықтандыру және бақылау есептеріне жаратылған алгоритмдерге бағдарламалық кешен жасау жұмыстары орындалды. Дайындалған алгоритмдерді компьютерлік үлгілеудің артықшылықтары анықталып, құрылған бағдарламалық кешеннің архитектурасы, жұмыс істеу принципі берілді.

Автоматты басқару саласын зерттеуде программалық пакеттерді қосуда басқару жүйелерін синтездеу, талдау үшін арнайы құрылған функцияларды қолдану жүзеге асырылды. Дайын бағдарламалық кешенді қолдану үстінде пайдаланушы үшін ондағы математикалық есептеулер мен аналитика, алгоритм жұмысы, сонымен қатар басқару теориясының әдіс-тәсілдері іштей қалай ұйымдастырылғандығы не орындалатындығын білу міндетті емес. Қолданушы үшін бағдарламалық кешен қарапайым болуы шарт. Диссертациялық жұмыста қарастырылған есептерді бір бағдарламалық кешенге біріктіру арқылы қолданушы минималды күш жұмсау арқылы тиісті нәтижеге қол жеткізе алады. Бұл бөлімде құрылған бағдарламалық кешен артықшылығы – ізіне түсу нәтижесіне қарай алғашқы мәндерді, еркін параметр мәндерін қалауымызша өзгерте алатындығымызда.

ҚОРЫТЫНДЫ

Берілген зерттеудің тақырыбының өзектілігінің анықтау мақсатында тақырып бойынша сыни әдеби шолу, диссертациялық жұмыс тақырыбы бойынша бұған дейінгі жұмыстарға талдау жасалынды. Диссертациялық жұмыстың негізі болып табылатын сызықтық емес жүйелердің жеке класының орнықтылығы, сызықтық емес жүйелерді күй кері байланыс, шығыс кері байланыс көмегімен бақылау есептері зерттелді. Одан бөлек зерттеу жұмысына қажетті біртекті жүйелер түсініктері айқындалып, негізгі математикалық леммалар және олардың кейбірінің дәлелденуі ұсынылды.

Жоғары ретті анық емес бейсызықтық жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау зерттеліп, *p*-нормал түрдегі сызықтық емес жүйелердің шығыс сигналдарын бақылау есептерінің математикалық үлгілері құрылды. Ляпуновтың тура әдісі, біртекті үстем етуші әдісі, «компенсатор-контроллер» қос әдісі, сигнум функция біріккен әдістері көмегімен жүйені басқару жүзеге асырылды. Теориялық зерттеу, дәлелдеу нәтижесінде қол жеткізген жетістіктерді компьютерде модельдеу MatLab қосымшасы арқылы жүзеге асырылды. Бағдарламалық жасақтамасы құрылып, оның нәтижесіне талдау жүргізілді. Әдетте жүйенің кейбір күйлері немесе барлық күйлері өлшеуге болмайтын жағдайда шығыс сигналын бақылау жүзеге асырылатындығы білгілі. Жүйенің күйлерін өлшеуге болатын жағдай үшін күй сигналын пайдаланып, берілген тірек сигнал ізіне түсіру есебі де қарастырылды. Күй сигналын кері байланыс арқылы бақылау есебінің математикалық моделін құрып, сандық есептеулер нәтижелеріне талдау жүргізу арқылы нәтижесі дәлеледенді. Сондай ақ уақыт кешігуі қатысқан *p*-нормал формадағы сызықтық емес жүйелер үшін де бақылау есебі алынып, математикалық моделі зерттелді. Сандық эксперименттер MatLab ортасында жасалды және алынған нәтижелерге сараптау жүргізілді.

Сызықтық емес жүйелерді тұрақтандыру және бақылау есептеріне құрылған алгоритмдерге бағдарламалық-аппараттық зерттеу іс-әрекеттері жүргізілді. Бір буынды робот-манипулятордың аппараттық-жабдықтамалық құрылымы беріліп, сол бір буынды робот-манипулятордың қозғалысын тұрақтандырудың алгоритмі жасалды. Бір буынды робот-манипулятор қозғалыс теңдеуін басқару алгоритмі және математикалық моделі алынып, MatLab қосымшасында сандық есептеу жүргізілді. Диссертациялық зерттеу жұмысында қарастырылған сандық эксперименттер қосымшалары бір бағдарламалық кешенге біріктірілді. Бағдарламалық кешен Matlab GUI қолданушының графикалық ортасында құрылды. Құрылған бағдарламалық кешеннің жұмыс істеу сызбасы және интерфейсі ұсынылды. Өткізілген эксперимент және сандық есептеулер нәтижелерінің талдауы ұсынылған әдістердің дұрыстығын және бағдарламалық кешеннің жұмысқа қабілеттілігін растады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1 Davison E.J. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1976. – Vol. 21. – P. 25-34.

2 Francis B.A., Wonham W.M. The internal model principle of control theory // Automatica. – 1976. – Vol. 12. – P. 457-465.

3 Wang Zh., Zhai J., Ai W., Fei Sh. Global practical tracking for a class of uncertain nonlinear systems via sampled-data control // Applied Mathematics and Computation. – 2015. – 260. – P. 257–268.

4 Gong Q., Qian C. Global practical tracking of a class of nonlinear systems by output feedback // Automatica. – 2007. – Vol. 43, Issue 1. – P. 184-189.

5 Jin Sh., Liu Y., Li F. New result on global output-feedback tracking for uncertain nonlinear systems // IFAC-Papers On Line. – 2015. – Vol. 48, Issue 28. – P. 1238-1243.

6 Man Y., LiuY. Global adaptive stabilization and practical tracking for nonlinear systems with unknown powers // Automatica. – 2019. – Vol. 100. – P. 171-181.

7 Song Zh., Zhai J. Practical output tracking control for switched nonlinear systems: A dynamic gain based approach // Nonlinear Analysis: Hybrid Systems. – 2018. – Vol. 30. – P. 147-162

8 Huang J., Rugh W.J. On a non-linear multivariable servomechanism problem // Automatica. – 1990. – Vol. 26 (6). – P. 963-972.

9 Hepburn J., Wonham W.A. Error feedback and internal model on differentiable manifolds // IEEE Trans. Automat. Control. – 1984. – Vol. 29 (5). – P. 397-403.

10 Byrnes C.I., Delli Priscoli F., Isidori A. Output regulation of unsertain nonlinear systems. Monograph. – Birkhauser, Boston. – 1997. – 120 p.

11 Brockett R.W. Asymptotic stability and feedback stabilization // Differential Geometric Control Theory. – 1983. – P. 181-208.

12 Mazenc F., Praly L., Dayawansa W. Global stabilization by output feedback: examples and counterexamples // Syst. Control Lett. – 1994. – Vol. 23 (2). – P. 119–125.

13 Bestle D., Zeitz M. Canonical form observer design for nonlinear time-variable systems // Int. J. Control. – 1983. – Vol. 38 (2). – P. 419-431.

14 Krener A., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers // Syst. Control Lett. – 1983. – Vol. 3 (1). – P. 47-52.

15 Krener A., Respondek W. Nonlinear observers with linearizable error dynamics // SIAM J. Control Optim. – 1985. – Vol. 23 (2). – P. 197-216.

16 Marino R., Tomei P. Dynamic output feedback linearization and global stabilization // Syst. Control Lett. – 1991. – Vol. 17 (2). – P. 115-121.

17 Krener A., Xiao M. Nonlinear observer design in the Siegel domain // SIAM J. Control Optim. – 2002. – Vol. 41 (3). – P. 932-953.

18 Khalil H., Saberi A. Adaptive stabilization of a class of nonlinear systems using high-gain feedback // IEEE Trans. Autom. Control. – 1987. – Vol. 32 (11). – P. 1031-1035.

19 Tsinias J.A theorem on global stabilization of nonlinear systems by linear feedback // Syst. Control Lett. – 1991. – Vol. 17 (5). – P. 357-362.

20 Gauthier J., Hammouri H., Othman S.A simple observer for nonlinear systems, applications to bioreactors // IEEE Trans. Autom. Control. – 1992. – Vol. 37 (6). – P. 875-880.

21 Besancon G. State affine systems and obsever based control // NOLCOS. – 1998. – Vol. 2. – P. 399-404.

22 Qian C., Lin W. Output feedback control of a class of nonlinear systems: a nonseparation principle paradigm // IEEE Trans. Autom. Control. – 2002. – 47 (10). – P. 1710-1715.

23 Praly L., Jiang Z. On global output feedback stabilization of uncertain nonlinear systems // Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control. – Maui, Hawaii, USA. – 2003. – P. 1544-1549.

24 Chen Z., Huang J. Global output feedback stabilization for uncertain nonlinear systems with output dependent incremental rate // Proc. American Control Conf. – Boston, MA, USA. – June, 2004.– P. 3047-3052.

25 Qian C. A homogeneous domination approach for global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems // Proc. American Control Conf.– Portland, OR, USA. – 2005. – P. 4708-4715.

26 Andrieu V., Praly L., Astofi A. Homogeneous approximation and recursive observer design and output feedback // SIAM J. Control Optim. – 2008. – 47 (4). – P. 1814-1850.

27 Andrieu V., Praly L., Astolfi A. High gain observers with updated gain and homogeneous correction terms // Automatica. – 2009. – 45 (2). – P. 422-428.

28 Čelikovský S., Huang J. Continuous feedback practical output regulation for a class of non-linear systems having non-stabilizable linearization // Proc. 38th IEEE Conference Decision and Control. – Phoenix, Arizona. – December, 1999. – P. 4796-4801.

29 Cheng D., Lin W. On p-normal form of non-linear systems // IEEE Trans. Automat. Control. – 2003. – Vol. 48. – P. 21-36.

30 Responek W. Transforming a single-input system to a p-normal form via feedback // Proc. 42nd IEEE Conf. Decision and Control. – Maui, Hawaii, USA. – 2003. – P. 1574-1579.

31 Lin W., Qian C. Robust regulation of a chain of power integrators perturbed by a lower-triangular vector field // Int. J. Robust Non-linear Control. – 2000. – Vol. 10 (5). – P. 397-421.

32 Qian C., Lin W. Practical output tracking of non-linear systems with uncontrollable unstable linearization // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2002. – Vol. 47 (1). – P. 21-36.

33 Yang B., Lin W. Homogeneous observers, Iterative design, and global stabilization of high-order non-linear systems by output feedback // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2004. – Vol. 49. – P. 1069-1080.

34 Yang B., Lin W. Robust output feedback stabilization of uncertain non-linear systems with uncontrollable and unobservable linearization // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2005. – Vol. 50. – P. 619-630.

35 Gong Q., Qian C. Global practical output regulation of a class of non-linear systems by output feedback // Proc. the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. – Seville, Spain. – 2005. – P. 7278-7283.

36 Dacic D.B., Kokotovic P.V. A scaled feedback stabilization of power integrator triangular systems // Systems & Control Letters. – 2005. – Vol. 54. – P. 645–653.

37 Qian C., Lin W. Recursive observer design, homogeneous approximation, and non-smooth output feedback stabilization of non-linear systems // IEEE Trans. Automat. Contr. – 2006. – Vol. 51. – P. 1457-1471.

38 Alimhan K., Inaba, H. Robust practical output tracking by dynamic output feedback for uncertain non-linear systems with unstabilisable and undetectable linearisation // International Journal of Modelling, Identification and Control. – 2008. – Vol. 5 (1). – P. 1-13.

39 Alimhan K., Inaba H. Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently non-linear systems // International Journal of Modelling, Identification and Control. – 2008. – Vol. 4 (4). – P. 304-314.

40 Polendo J., Qian C.A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently non-linear systems via output feedback // Int. J. Robust Non-linear Control. – 2007. – Vol. 17. – P. 605-629.

41 Erneux T. Applied Delay Differential Equations // Springer. – New York, 2009. – Vol. 3. – P. 204.

42 Epstein I.R. Delay effects and differential delay equations in chemical-kinetics // Int. Rev. in Phys. Chem. – 1992. – Vol. 11. – P. 135.

43 Mokhov I.I., Smirnov D.A. El Nino Southern Oscillation drives North Atlantic Oscillation as revealed with nonlinear techniques from climatic indices // Geophys. Research Lett. – 2006. – Vol. 33. L03708.

44 Bocharov G.A., Rihan F.A. Numerical modelling in biosciences using delay differential equations // J. Comp. Appl. Math. – 2000. – Vol. 125. – P. 183.

45 Khalil H.K. Nonlinear systems. Third Edition. – New Jersey.: Upper Saddle River, 2002. – 750 p.

46 Zhou B., Egorov A.V. Razumikhin and Krasovskii stability theorems for time-varying time-delay systems // Automatica. – 2016. – Vol. 71. – P. 281-291.

47 Sun Z.Y., Liu Y.G., Xie X.J. Global stabilization for a class of high-order time-delay nonlinear systems // Int. J. of Innovative Computing, Information and Control. – 2011. – Vol. 7, Number 12. – P. 7119-7130.

48 Sun Z.Y., Xie X.J., Liu Z.G. Global stabilization of high-order nonlinear systems with multiple time delays // Int. J. of Control. – 2013. – N. 86. – P. 768-778.

49 Chai L. Global output control for a class of inherently higher-order nonlinear time-delay systems based on homogeneous domination approach // Discrete Dynamics in Nature and Society. – 2013. – Article ID 180717. – 6 p.

50 Gao F.Z., Wu Y.Q. Further results on global state feedback stabilization of high-order nonlinear systems with time-varying delays // ISA Trans. – 2015. – N. 55. – P. 41-48.

51 Zhang X., Lin W., Lin Y. Non smooth feedback control of time-delay nonlinear systems: a dynamic gain based approach // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2017. – N. 62. – P. 438-444.

52 Yan X.H., Song X.M. Global practical tracking by output feedback for nonlinear systems with unknown growth rate and time delay // The Scientific World Journal. – 2014. – Article ID 713081. – 7 p.

53 Jia X.L., Xu S.Y., Chen J., Li Z., Zou Y. Global output feedback practical tracking for time-delay systems with uncertain polynomial growth rate // Journal of the Franklin Institute. – 2015. – N. 352. – P. 5551-5568.

54 Jia X.L., Xu S.Y., Ma Q., Qi Z.D., Zou Y. Global practical tracking by output feedback for a class of non-linear time-delay systems // IMA Journal of Mathematical Control and Information. – 2016. – N. 33. – P. 1067-1080.

55 Polendo J., Qian C. A universal method for robust stabilization of nonlinear systems: unification and extension of smooth and non-smooth approaches // Proc. of the American Control Conference. – 2006. – P. 4285-4290.

56 Alimhan K., Otsuka N., Kalimoldayev M.N., Tasbolat N. Practical output tracking for a class of uncertain nonlinear time-delay systems via state feedback // MATEC Web of Conferences, Volume 189, 10027 (2018), 2nd International Conference on Material Engineering and Advanced Manufacturing Technology (MEAMT 2018). – Beijing, China, 2018. – 8 p.

57 Wu M., He Y., She J.H. Stability Analysis and Robust Control of Time-Delay Systems // Beijing: Science Press, 2010. – P. 335.

58 Dayawansa W., Martin C.A converse Lyapunov theorem for a class of dyanamic systems which undergo switching // IEEE Trans. Automat. Control. – 1999. – 44 (4). – P. 751-760.

59 Branicky M. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1998. – 43 (4). – P. 475-482.

60 Liberzon D., Morse A. Basic problems in stability and design of switched systems // IEEE Control Syst. – 1999. – 19 (5). – P. 59-70.

61 Gazi V. Output regulation of a class of linear systems with switched exosystems // Internat. J. Control. – 2007. – 80 (10). – P. 1665-1675.

62 Lee J., Khargonekar P. Optimal output regulation for discrete-time switched and Markovian jump linear systems // SIAM J. Control Optim. – 2008. – 47 (1). – P. 40-72.

63 Dong X., Zhao J. Output regulation for a class of switched nonlinear systems: An average dwell-time method // Internat. J. Robust Nonlinear Control. – 2013. – 23 (4). – P. 439-449.

64 Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. – Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1950. – С. 471.

65 Wu M., He Y., She J.H. Stability Analysis and Robust Control of Time-Delay Systems. – Beijing: Science Press, 2010. – P. 335.

66 Liao X. X., Wang L. Q., Yu P. Stability of Dynamical Systems. – London: Elsevier, 2007.

67 Gu K., Kharitonov V.L., Chen J. Stability of Time-Delay Systems. Boston: Birkhauser, 2003.

68 Alexandrova I.V., Zhabko A.P. At the junction of Lyapunov-Krasovskii and Razumikhin approaches // IFAC-Papers OnLine Vol. 51, Issue 14. – 2018. P. 147-152.

69 Алимхан К., Мамырбаев О.Ж., Тасболатұлы Н., Аманжолова А.А., Боромбаева А.Б. Анықталмаған сызықтық емес жүйелердің шығыс мәліметтерін кері байланыс күйі арқылы бақылау // III Халықаралық «Информатика және қолданбалы математика» ғылыми конференция материалдары. – Алматы, 2018. – 95-106 б.

70 Alimhan K., Otsuka N., Kalimoldayev M., Tasbolatuly N. Output Tracking by State Feedback for High-Order Nonlinear Systems with Time-Delay // Journal of Theoretical and Applied Information Technology. – 1 February 2019. – Vol. 97, Issue 3. – P. 942-956.

71 Alimhan K., Kalimoldayev M.N., Adamov A.A., Mamyrbayev O.Zh, Tasbolatuly N., Smolarz A. Further Results on Output Tracking for a Class of Uncertain High-Order Nonlinear Time-Delay Systems // PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY, ISSN 0033-2097, R. 95 NR 5/2019. – P. 88-91. (CiteScore 2017 – 0.27, SJR 2017 – 0.209, SNIP 2017 – 0.459)

72 Разумихин Б.С. Об устойчивости систем с запаздыванием // Прикл. математика и механика. 1956. Т. 20, № 4. С. 500-512.

73 Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984.

74 Воротников В.И., Румянцев В.В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения. М.: Научный мир, 2001.

75 Алимхан К., Тасболатұлы Н. Уақыт кешігуі бар анықталмаған сызықтық емес жүйелердің шығыс шамасын күй кері байланысы арқылы бақылау // М.Тынышпаев атындағы Қазақ көлік және коммуникациялар академиясының Хабаршысы. – Алматы, 2019. – №1 (108). – 166-174 б.

76 Rosier L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector field // Systems and Control Letters. – 1992. – Vol. 19. – P. 467-473.

77 Hermes H. Homogeneous coordinates and continuous asymptotically stabi-lizing feedback controls // Differential equations (Colorado Springs, Co, 1989), Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics. – Dekker, New York, 1991. – Vol. 127. – P. 249-260.

78 Kawski M. Homogeneous stabilizing feedback laws // Control Theory Adv. Technol., Vol. – 1990. – 6. – P. 497-516.

79 Qian C., Lin W. Smooth output feedback stabilization of planar systems without controllable/observable linearization // IEEE Transaction Automatic Control. – 2002. – Vol. 47. – P. 2068-2073.

80 Алимхан К., Тасболатұлы Н. Жоғары дәрежелі анықталмаған сызықты емес жүйелерді күшті практикалық бақылау // Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті Хабаршысы. – Алматы, 2018. – №1 (125). – 362-368 б.

81 Алимхан К., Калимолдаев М.Н., Тасболатулы Н. Робастное практическое отслеживание выхода неопределенных нелинейных систем с помощью компенсатора выхода // Мат. XVI межд. научно-практической конф. «Проблемы и перспективы современной науки». – Москва, 2017. – №16. – С.161-165.

82 Алимхан К., Калимолдаев М.Н., Тасболатулы Н. Робастное практическое управление выходных данных неопределенных нелинейных систем с помощью динамической обратной связи // Труды 13-й межд. азиатской школы-семинара "Проблемы оптимизации сложных систем" в рамках межд. мультиконф. IEEE SIBIRCON 2017. – Новосибирск, Россия, 2017. – С.18-25.

83 Алимхан К., Калимолдаев М.Н., Тасболатұлы Н. Жоғары ретті анықталмаған сызықты емес жүйелерді шығыс компенсаторы жәрдемінде күшті практикалық бақылау // ҚР БҒМ Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институтының «Информатика және есептеу техникасының қазіргі заманғы мәселелері» атты ғылыми конф. матер. – Алматы, 2017. – 14-20 б.

84 Bi W.P., Zhang J.F. Global practical tracking control for high-order nonlinear uncertain systems // Proc. of the Chinese Control and Decision Conference. – 2010. – P. 1619-1622.

85 Zhai J, Fei S. Global practical tracking control for a class of uncertain nonlinear systems // IET Control Theory and Applications. – 2011. – Vol 5, Issue 11. – P. 1343 – 1351.

86 Gao F.Z., Wu Y.U. Global stabilisation for a class of more general high-order time-delay nonlinear systems by output feedback // Int. J. of Control. – 2015. – Vol. 88. – № 8. – P. 1540-1553.

87 Алимхан К., Калимолдаев М.Н., Тасболатулы Н. Глобальное практическое слежение для неопределенных нелинейных систем // Вестник Казахского национального исследовательского технического университета имени К.И. Сатпаева. – Алматы, 2017. – №2 (120). – С.447-452.

88 Алимхан К., Калимолдаев М.Н., Мамырбаев О.Ж., Тасболатұлы Н. Қатаң емес шарт жағдайында анықталмаған сызықты емес жүйелерді шығыс кері байланысы арқылы кең ауқымды практикалық бақылау // II Халықаралық «Информатика және қолданбалы математика» ғылыми конференция материалдары. – Алматы, 2017. – 114-129 б.

89 Алимхан К., Тасболатұлы Н. Анықталмаған сызықтық емес жүйелерге кең ауқымды практикалық бақылау және олар үшін бағдарламалық кешен құру // IV Халықаралық "Информатика және қолданбалы математика" ғылыми конференциясы. – Казахстан, Алматы – 2019. – 1. – 108-117 б.

90 Алимхан К., Тасболатұлы Н., Ерденова А.К., Ахметкалиева А.С. Айнымалы уақыт кешігуі бар шын мәнінде сызықтық емес жүйелердің шығысын күй кері байланыс арқылы ізге түсіру // IV Халықаралық "Информатика және қолданбалы математика" ғылыми конференциясы. – Казахстан, Алматы – 2019. – 1. – 117-131 б.

91 Lin W., Qian C. Adding one power integrator: a tool for global stabilization of high-order triangular systems // Systems & Control Letters. – 2000. – Vol. 39. – P. 339-351.

92 Lin W., Qian C. Adaptive regulation of high-order lower triangular systems: an adding a power integrator technique // Systems & Control Letters. – 2000. – N. 39 (5). – P. 353–364.

93 Sun Z.Y., Liu Y.G. Adaptive practical output tracking control for high-order nonlinear uncertain systems // Acta Automatica Sinica. – 2008. – N. 34. – P. 984-989.

94 Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M., Robot Dynamics and Control // Wiley, New York. – 2004. – P. 303.

95 Duan N., Min H., Zhang Zh. Adaptive stabilization control for high-order nonlinear time-delay systems with its application // Journal of the Franklin Institute. – 2017. - N. 354. – P. 5825-5838.

96 Борисевич А. Теория автоматического управления: элементарное введение с применением MATLAB. – СПб.: Изд-во Политехн. университета. – 2011. – 200 с.

97 Gu D.W., Petkov P.H., Konstantinov M.M. Robust Control Design with MATLAB. – Springer-Verlag London Limited. – 2005. – P. 392.

ҚОСЫМША А

C# ортасында құрылған бағдарлама коды үзіндісі.

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Diagnostics;
using System.IO;
using System.Windows.Forms;
using ZedGraph;

namespace WindowsFormsApp1
{
   public partial class Form2 : Form
   {
      public Form2(Form1 fr1)
      {
         InitializeComponent();
         MdiParent = fr1;
      }

      double M, t0, tfinal, L1, L2, b1, b2, b3, yr;

      static List<double> x1 = new List<double>();
      static List<double> x2 = new List<double>();
      static List<double> x3 = new List<double>();
      static List<double> x4 = new List<double>();
      static List<double> x5 = new List<double>();
      static List<double> t  = new List<double>();
      static List<double> u  = new List<double>();

      double a = 0, b = 6, h = 0.001;

      double func(double x, double y)
      {
         return (x * x) - 2 * y;
      }

      public void rkutta(double x0, double y0)
      {
         double k1, k2, k3, k4, H = 0.1;
         double[] x = new double[] { 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1 };
         double[] y = new double[10];
         y[0] = y0;

         for (int i = 1; i < 10; i++)
         {
            k1 = func(x[i - 1],         y[i - 1]);
            k2 = func(x[i - 1] + H / 2, y[i - 1] + (H * k1) / 2);
            k3 = func(x[i - 1] + H / 2, y[i - 1] + (H * k2) / 2);
            k4 = func(x[i - 1] + H,     y[i - 1] + H * k3);

            y[i] = y[i - 1] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * H) / 6;

            sw.WriteLine(x[i] + "\t" + y[i]);
         }
         sw.Close();
         Process.Start("1.xls");
      }

      public double U(double x1, double x4, double x5, double t)
```

```
        {
            return (-Math.Pow(M, (7.0 / 3.0)) * (b3 * Math.Pow(x5 + L2 * x4 + L2 * L1 * (x1 - Math.Pow(Math.Sin(t), 3)), 
5) + b2 * Math.Pow(x4 + L1 * (x1 - Math.Pow(Math.Sin(t), 3)), 5) + Math.Pow(x1 - Math.Pow(Math.Sin(t), 3), 5)));
        }

        public double X1(double x2)
        {
            return (Math.Pow(x2, 3) + (1.0 / 3.0) * Math.Pow(x2, 2) / (1 + Math.Pow(x2, 2)));
        }

        public double X2(double x1, double x3, double t, double y)
        {
            return (x3 + (Math.Pow(y, (1.0 / 3.0)) * Math.Pow(Math.Sin(x1) - Math.Pow(Math.Sin(t), 3), 2) + Math.Pow(y, 
3)) / 4);
        }

        public double X3(double x1, double x4, double x5, double t, double y)
        {
            return (U(x1, x4, x5, t) + (y / 7));
        }

        public double X4(double x1, double t, double y)
        {
            return (-M * L1 * Math.Pow(y + L1 * (x1 - Math.Pow(Math.Sin(t), 3)), 3));
        }

        public double X5(double x1, double y, double x4, double t)
        {
            return (-M * L2 * Math.Pow((y + L2 * (x4 + L1 * (x1 - yr))), 3));
        }

        public void RK4(double x0, double y0, double a, double b, double h)
        {
            double k1, k2, k3, k4;

            for (int i = 0; i < 6000; i++)
                t.Add(i / 1000.0);
            for (int i = 0; i < 6000; i++)
            {
                // U //
                u.Add(U(x1[i], x4[i], x5[i], t[i]));

                // x1 //
                k1 = X1(x1[i]);
                k2 = X1(x1[i] + h * k1 / 2);
                k3 = X1(x1[i] + h * k2 / 2);
                k4 = X1(x1[i] + h * k3);

                x1.Add(x1[i] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) *  (h / 6)));

                // x2 //
                k1 = X2(x1[i], x3[i], t[i], x2[i]);
                k2 = X2(x1[i], x3[i], t[i] + h / 2, x2[i] + h * k1 / 2);
                k3 = X2(x1[i], x3[i], t[i] + h / 2, x2[i] + h * k2 / 2);
                k4 = X2(x1[i], x3[i], t[i] + h,     x2[i] + h * k3);

                x2.Add(x2[i] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * (h / 6)));

                // x3 //
                k1 = X3(x1[i], x4[i], x5[i], t[i],         x3[i]);
                k2 = X3(x1[i], x4[i], x5[i], t[i] + h / 2, x3[i] + h * k1 / 2);
                k3 = X3(x1[i], x4[i], x5[i], t[i] + h / 2, x3[i] + h * k2 / 2);
```

```
    k4 = X3(x1[i], x4[i], x5[i], t[i] + h,     x3[i] + h * k3);

    x3.Add(x3[i] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * (h / 6)));

    // x4 //
    k1 = X4(x1[i], t[i], x4[i]);
    k2 = X4(x1[i], t[i] + h / 2, x4[i] + h * k1 / 2);
    k3 = X4(x1[i], t[i] + h / 2, x4[i] + h * k2 / 2);
    k4 = X4(x1[i], t[i] + h,     x4[i] + h * k3);

    x4.Add(x4[i] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * (h / 6)));

    // x5 //
    k1 = X5(x1[i], x5[i],              x4[i], t[i]);
    k2 = X5(x1[i], x5[i] + h * k1 / 2, x4[i], t[i] + h / 2);
    k3 = X5(x1[i], x5[i] + h * k2 / 2, x4[i], t[i] + h / 2);
    k4 = X5(x1[i], x5[i] + h * k3,     x4[i], t[i] + h);

    x5.Add(x5[i] + ((k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * (h / 6)));

    sw.WriteLine(x1[i] + "\t" + x2[i] + "\t" + x3[i] + "\t" + x4[i] + "\t" + x5[i] + "\t" + u[i]);
}
```

ҚОСЫМША Ә

MatLab GUIDE ортасында құрылған бағдарламалық кешен коды үзіндісі.

```
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
set(handles.e1,'String','');
set(handles.e2,'String','');
set(handles.e3,'String','');
set(handles.e4,'String','');
set(handles.e5,'String','');
set(handles.e6,'String','');
cla reset;

function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
set(handles.e1,'String','3');
set(handles.e2,'String','-5');
set(handles.e3,'String','-2');
set(handles.e4,'String','10');
set(handles.e5,'String','0 : 0.1 : 10');
set(handles.e6,'String','100');

function pushbutton4_Callback(hObject, eventdata, handles)
if    isempty(get(handles.e1,'String')) || isempty(get(handles.e2,'String')) || isempty(get(handles.e3,'String')) ||
isempty(get(handles.e4,'String')) || isempty(get(handles.e5,'String')) || isempty(get(handles.e6,'String'))
      set(errordlg('Missing parameters', 'Error'), 'WindowStyle', 'modal');
end

x10=str2num(get(handles.e1,'String'));
x20=str2num(get(handles.e2,'String'));
x30=str2num(get(handles.e3,'String'));

delay=str2num(get(handles.e4,'String'));

t = eval(get(handles.e5,'String'));
global M val1 val2 val3 val4
M=str2num(get(handles.e6,'String'));

x0=[x10;x20;x30];
axes(handles.axes1);

val1 = get(handles.rb1,'Value');
val2 = get(handles.rb2,'Value');
val3 = get(handles.rb3,'Value');
val4 = get(handles.rb4,'Value');

val5 = get(handles.rb5,'Value');
val6 = get(handles.rb6,'Value');
val7 = get(handles.rb7,'Value');
val8 = get(handles.rb8,'Value');

cla reset;
if  (val1==1) && (val5==1)
   yr=sin(t).^3;
   y_r='sin(t)^3';
   sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
   x=deval(sol,t,1);
   plot(t,x,'red',t,yr,'blue');
   title(['\fontsize{12} The trajectories of x_1(t) and ',y_r])
   legend({'x_1(t)',y_r},'Location','northeast')
elseif (val2==1) && (val5==1)
```

```
    yr=cos(t).^3;
    y_r='cos(t)^3';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x,'red',t,yr,'blue');
    title(['\fontsize{12} The trajectories of x_1(t) and ',y_r])
    legend({'x_1(t)',y_r},'Location','northeast')
elseif (val3==1) && (val5==1)
    yr=sin(t./3)+sin(t);
    y_r='sin(t/3)+sin(t)';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x,'red',t,yr,'blue');
    title(['\fontsize{12} The trajectories of x_1(t) and ',y_r])
    legend({'x_1(t)',y_r},'Location','northeast')
elseif (val4==1) && (val5==1)
    yr=cos(t).^2;
    y_r='cos(t)^2';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x,'red',t,yr,'blue');
    title(['\fontsize{12} The trajectories of x_1(t) and ',y_r])
    legend({'x_1(t)',y_r},'Location','northeast')
elseif  (val1==1) && (val6==1)
    yr=sin(t).^3;
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x-yr,'red')
    title(['\fontsize{12} Tracking error at sin(t)^3'])
    legend({'x_1(t) - sin(t)^3'},'Location','northeast')
elseif (val2==1) && (val6==1)
    yr=cos(t).^3;
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x-yr,'red')
    title(['\fontsize{12} Tracking error at cos(t)^3'])
    legend({'x_1(t) - cos(t)^3'},'Location','northeast')
elseif (val3==1) && (val6==1)
    yr=sin(t./3)+sin(t);
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x-yr,'red')
    ylim([-1.5 2.5])
    title(['\fontsize{12} Tracking error at sin(t/3)+sin(t)'])
    legend({'x_1(t) - sin(t/3)+sin(t)'},'Location','northeast')
elseif (val4==1) && (val6==1)
    yr=cos(t).^2;
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x=deval(sol,t,1);
    plot(t,x-yr,'red')
    ylim([-1.5 2.5])
    title(['\fontsize{12} Tracking error at cos(t)^2'])
    legend({'x_1(t) - cos(t)^2'},'Location','northeast')
elseif  (val1==1) && (val7==1)
    y_r='sin(t)^3';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x1=deval(sol,t,1);
    x2=deval(sol,t,2);
    x3=deval(sol,t,3);
    plot(t,x1,'green',t,x2,'blue',t,x3,'red')
    title(['\fontsize{12} System states trajectory at ',y_r])
    legend({'x_1','x_2','x_3'},'Location','northeast')
```

```
elseif (val2==1) && (val7==1)
    y_r='cos(t)^3';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x1=deval(sol,t,1);
    x2=deval(sol,t,2);
    x3=deval(sol,t,3);
    plot(t,x1,'green',t,x2,'blue',t,x3,'red')
    title(['\fontsize{12} System states trajectory at ',y_r])
    legend({'x_1','x_2','x_3'},'Location','northeast')
elseif (val3==1) && (val7==1)
    y_r='sin(t/3)+sin(t)';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x1=deval(sol,t,1);
    x2=deval(sol,t,2);
    x3=deval(sol,t,3);
    plot(t,x1,'green',t,x2,'blue',t,x3,'red')
    title(['\fontsize{12} System states trajectory at ',y_r])
    legend({'x_1','x_2','x_3'},'Location','northeast')
elseif (val4==1) && (val7==1)
    y_r='cos(t)^2';
    sol = dde23('esep2_func',delay,x0,t);
    x1=deval(sol,t,1);
    x2=deval(sol,t,2);
    x3=deval(sol,t,3);
    plot(t,x1,'green',t,x2,'blue',t,x3,'red')
    title(['\fontsize{12} System states trajectory at ',y_r])
    legend({'x_1','x_2','x_3'},'Location','northeast')
end
    grid on
    hold on
    xlabel('time t')

function pushbutton5_Callback(hObject, eventdata, handles)
close;

function pushbutton6_Callback(hObject, eventdata, handles)
ax_old = gca;
f_new = figure;
ax_new = copyobj(ax_old,f_new)
set(ax_new,'Position','auto')
print(f_new,'PrintAxesOnly','-dpng')
```

ҚОСЫМША Б

ЭЕМ-ге арналған бағдарламалық авторлық құқық куәлігі.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ РЕСПУБЛИКА КАЗАХСТАН

АВТОРЛЫҚ ҚҰҚЫҚПЕН ҚОРҒАЛАТЫН ОБЪЕКТІЛЕРГЕ ҚҰҚЫҚТАРДЫҢ МЕМЛЕКЕТТІК ТІЗІЛІМГЕ МӘЛІМЕТТЕРДІ ЕНГІЗУ ТУРАЛЫ

КУӘЛІК

2019 жылғы «3» мамыр № 3144

Автордың (лардың) жөні, аты, әкесінің аты (егер ол жеке басын куәландыратын құжатта көрсетілсе):
ТАСБОЛАТҰЛЫ НҰРБОЛАТ , ӘЛІМХАН КІЛАН

Авторлық құқық объектісі: **ЭЕМ-ге арналған бағдарлама**

Объектінің атауы: **Program Complex "Robust Tracking of Nonlinear Systems by Output Compensator"**

Объектіні жасаған күні: **30.04.2019**

Құжат түпнұсқалығын http://www.kazpatent.kz/ru сайтының "Авторлық құқық" бөлімінде тексеруге болады https://copyright.kazpatent.kz

Подлинность документа возможно проверить на сайте kazpatent.kz в разделе «Авторское право» https://copyright.kazpatent.kz

Подписано ЭЦП Батаева К.О.